

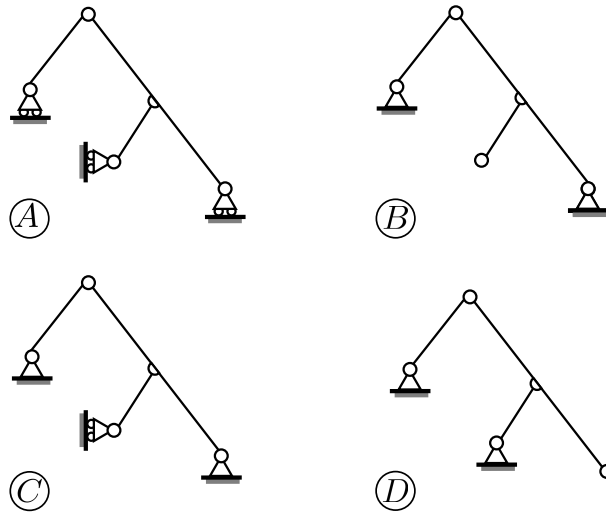
Technische Mechanik  
151-0223-10

**- Übung 3 -**

Dr. Paolo Tiso

10. Oktober 2023

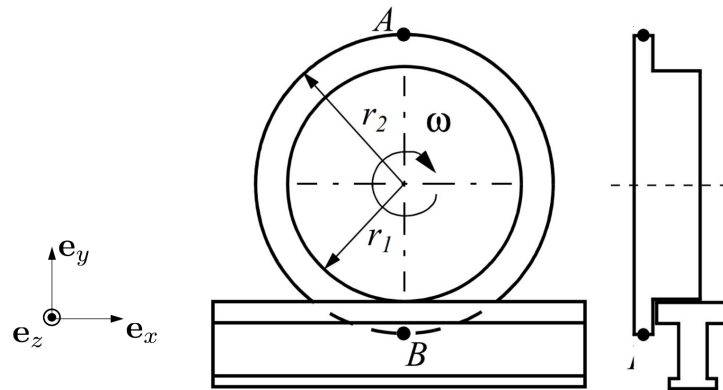
1. Die gezeigten Systeme bestehen aus denselben 3 gelenkig verbundenen Stäben. Der einzige Unterschied zwischen den Systemen liegt in den unterschiedlichen Lagern.



Welche der gezeigten Systeme haben den Freiheitsgrad 2?

- (a) Nur A.
- (b) Nur D.
- (c) Nur B und C.
- (d) Nur A, B und D.
- (e) Alle.

2. Ein Eisenbahnrad rollt mit der Rotationsschnelligkeit  $\omega$  ohne zu gleiten. Die Radien  $r_1$  und  $r_2$  sind gemäss Abbildung gegeben.



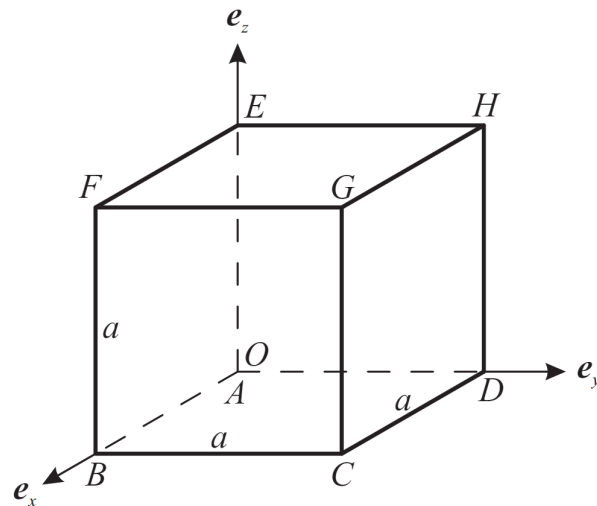
Was ist die Geschwindigkeit des obersten Punktes  $A$  bzw. des untersten Punktes  $B$  des Radkranzes?

- (a)  $\mathbf{v}_A = 2r_2\omega \mathbf{e}_x$ ;  $\mathbf{v}_B = -r_1\omega \mathbf{e}_x$
- (b)  $\mathbf{v}_A = (r_2 + r_1)\omega \mathbf{e}_x$ ;  $\mathbf{v}_B = (r_2 + r_1)\omega \mathbf{e}_x$
- (c)  $\mathbf{v}_A = 2r_2\omega \mathbf{e}_x$ ;  $\mathbf{v}_B = -2r_2\omega \mathbf{e}_x$
- (d)  $\mathbf{v}_A = r_2\omega \mathbf{e}_x + r_2\omega \mathbf{e}_y$ ;  $\mathbf{v}_B = -r_1\omega \mathbf{e}_x + r_1\omega \mathbf{e}_y$
- (e)  $\mathbf{v}_A = (r_2 + r_1)\omega \mathbf{e}_x$ ;  $\mathbf{v}_B = -(r_2 - r_1)\omega \mathbf{e}_x$

- 3.<sup>1</sup> Ein Würfel führt eine reine Rotation bezüglich des Bezugssystems  $\{O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$  aus. In der gezeichneten speziellen Lage des Würfels fallen die Kanten  $AB$ ,  $AD$  und  $AE$  mit den Achsen  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ , bzw.  $\mathbf{e}_z$  des Bezugssystems zusammen. In dieser speziellen Lage sind die Geschwindigkeiten der Punkte  $G$  bzw.  $H$  in kartesischen Komponenten gegeben:

$$\mathbf{v}_G = \begin{pmatrix} -v \\ v \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{v}_H = \begin{pmatrix} v_{Hx} \\ 0 \\ -v \end{pmatrix}$$

wobei die x-Komponente von  $\mathbf{v}_H$  unbekannt ist.

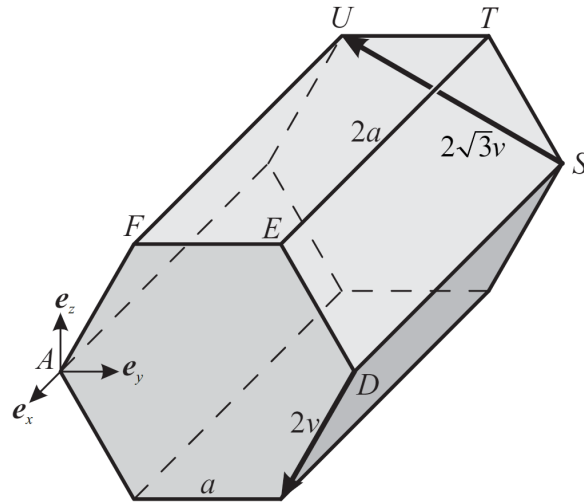


1. Bestimmen Sie die x-Komponente von  $\mathbf{v}_H$ .
2. Bestimmen Sie die Rotationsgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}$  und die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_A$  des Punktes  $A$ .

---

<sup>1</sup>Aufgabe aus der Übungsserie 3 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik », HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

- 4.<sup>2</sup> Es sei ein gerades, hexagonales Prisma gegeben. Die Länge des Prismas beträgt  $2a$  und die Seitenlängen der hexagonalen Grundfläche betragen  $a$ . Zu einem gewissen Zeitpunkt hat die Geschwindigkeit des Punktes  $S$  den Betrag  $2\sqrt{3}v$  und zeigt in Richtung  $\mathbf{r}_{SU}$ , und die Geschwindigkeit im Punkt  $D$  hat den Betrag  $2v$  und zeigt in Richtung  $\mathbf{r}_{DC}$ . Zusätzlich ist zu diesem Zeitpunkt bekannt, dass in  $E$  die Geschwindigkeitskomponente in  $z$ -Richtung verschwindet und die Ebene  $FETU$  parallel zur  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ -Ebene liegt.

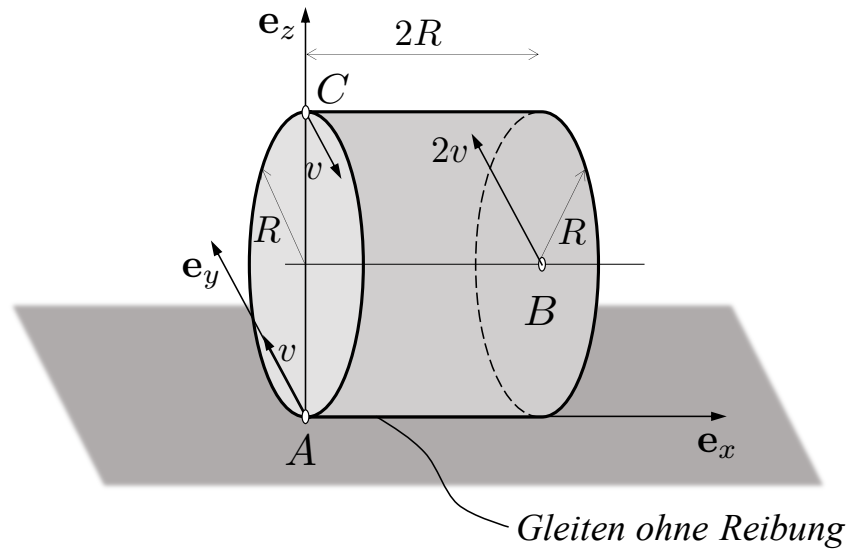


1. Bestimmen Sie mit Hilfe des Satzes der projizierten Geschwindigkeiten für diesen momentanen Bewegungszustand die Geschwindigkeit im Punkt  $E$ .
2. Bestimmen Sie die Kinematik im Punkt  $E$ .
3. Von welchem Typ ist dieser momentane Bewegungszustand? Geben Sie eine mathematische Begründung an.

---

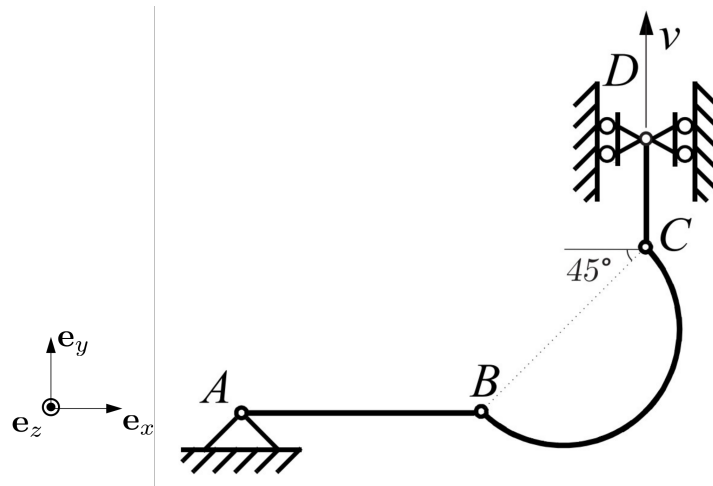
<sup>2</sup>Aufgabe aus der Übungsserie 3 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik », HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

5. Auf der Ebene  $z = 0$  (kartesisches Koordinatensystem) gleitet ein starrer Drehzylinder (Radius  $R$ , Länge  $2R$ ) so, dass der Zylinder auf seiner Mantelfläche aufliegt. Der Bewegungszustand wird durch die Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}_A = v\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{v}_B = 2v\mathbf{e}_y$  und  $\mathbf{v}_C = -v\mathbf{e}_y$  der Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  beschrieben. Der Punkt  $A$  stimmt mit dem Ursprung des Koordinatensystems überein.



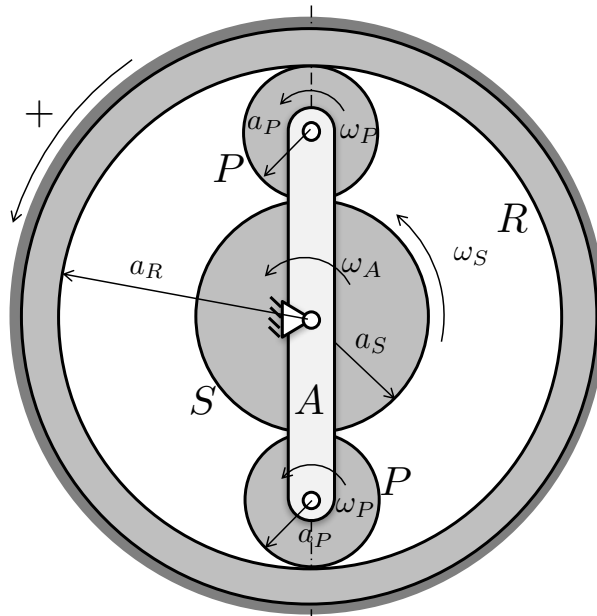
1. Zeigen Sie, dass die Rotationsgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}$  keine  $y$ -Komponente haben kann und daher die Bewegung eine momentane Rotation ist.
2. Welches  $\boldsymbol{\omega}$  und welche momentane Rotationsachse hat der Zylinder?

6. Die drei starren Stäbe  $AB$ ,  $BC$  und  $CD$  sind reibungsfrei gelenkig miteinander verbunden und entsprechend der Skizze gelagert. Stab  $BC$  ist ein Halbkreis mit Radius  $R$ . Die Schnelligkeit von Punkt  $B$  beträgt  $|\mathbf{v}_B| = v$ . Vom Punkt  $D$  weiss man, dass er sich mit der Geschwindigkeit  $v$  nach oben bewegt. Alle Stäbe bleiben in der gezeichneten Ebene.



Was für eine Bewegung beschreibt der Stab  $BC$  momentan?

7. Betrachten Sie das unten skizzierte Planetengetriebe. Das Sonnen- (S), Planeten- (P) und Ringzahnrad (R) haben die entsprechenden Radii  $a_S, a_P$  und  $a_R$  (siehe Skizze). Der Stab A verbindet die zwei Planetenzahnräder und kann frei drehen. Das Ringzahnrad (R) ist fix und das Sonnenzahnrad (S) rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_S$ . Die Winkelgeschwindigkeiten sind im Gegenuhrzeigersinn positiv definiert (siehe Skizze).



1. Was ist der Zusammenhang  $\frac{\omega_P}{\omega_S}$  zwischen den Winkelgeschwindigkeiten des Planeten- und Sonnenzahnrades?

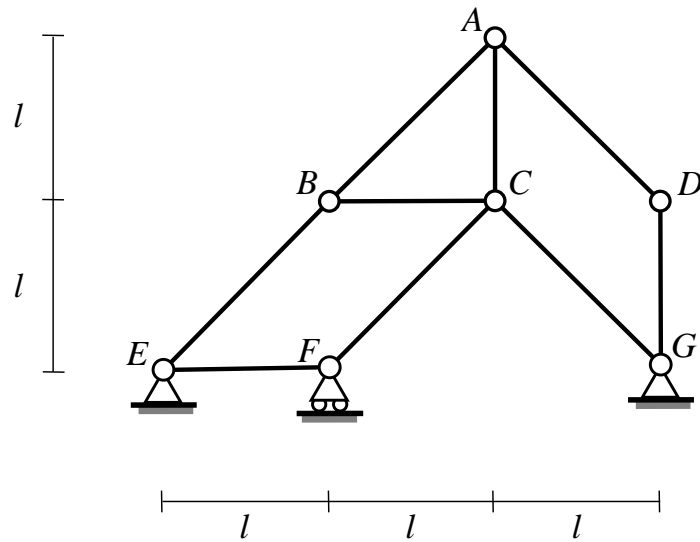
- (a)  $\frac{\omega_P}{\omega_S} = -\frac{a_S}{2a_P}$
- (b)  $\frac{\omega_P}{\omega_S} = \frac{a_S}{4a_P}$
- (c)  $\frac{\omega_P}{\omega_S} = -\frac{a_S}{a_R+a_P}$
- (d)  $\frac{\omega_P}{\omega_S} = \frac{a_P}{2a_S}$
- (e)  $\frac{\omega_P}{\omega_S} = \frac{2a_R}{a_P}$

2. Was ist der Zusammenhang  $\frac{\omega_P}{\omega_A}$  zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Planetenzahnräder und Stab A?

- (a)  $\frac{\omega_P}{\omega_A} = 2$
- (b)  $\frac{\omega_P}{\omega_A} = -1$
- (c)  $\frac{\omega_P}{\omega_A} = -\frac{a_P}{a_P+a_S}$
- (d)  $\frac{\omega_P}{\omega_A} = -\frac{a_P+a_S}{a_P}$
- (e)  $\frac{\omega_P}{\omega_A} = \frac{2a_P}{a_P+a_S}$



8. Das folgende System besteht aus 9 gelenkig miteinander verbundenen Stäben, siehe Skizze. Die Punkte  $E$  und  $G$  sind fix und Punkt  $F$  kann sich nur horizontal bewegen. Die Längen der Stäbe sind in der Skizze angegeben.



Was ist der Freiheitsgrad des Systems?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3
- (e) 4