

Technische Mechanik

Basisprüfung

7. August 2014, 09:00–11:00

Dr. Stephan Kaufmann

Sommer 2014

Name:

Vorname:

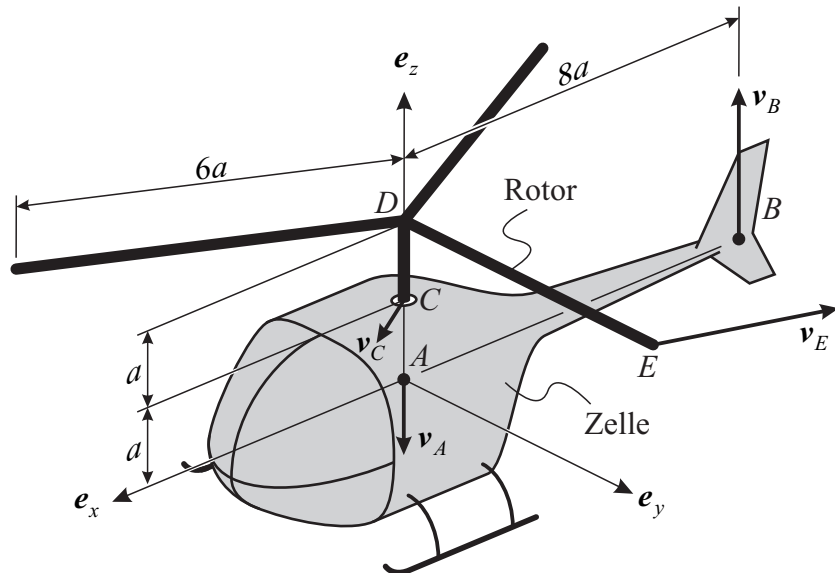
ETH-Nummer:

 Studiengang:
 D–

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Punkte	Punkte	Note
1. Korrektur							
Assistent							
2. Korrektur							
Assistent							

Aufgabe 1 (18 Punkte)

Der dargestellte Hubschrauber besteht aus einer Zelle und einem Rotor (Blattlänge $6a$), die beide als starre Körper modelliert werden. Rotor und Zelle sind in C so verbunden, dass sie sich relativ nur um die Achse ACD verdrehen lassen. Wir betrachten den momentanen Bewegungszustand, wo DE parallel zu e_y ist. Die Geschwindigkeit in A zeigt in Richtung $-e_z$ und hat den Betrag $|v_A| = v$, diejenige in B zeigt in Richtung $+e_z$ und hat den Betrag $|v_B| = 3v$. Die e_y -Komponente der Geschwindigkeit in C ist null und die e_x -Komponente der Geschwindigkeit in E beträgt $-11v$.

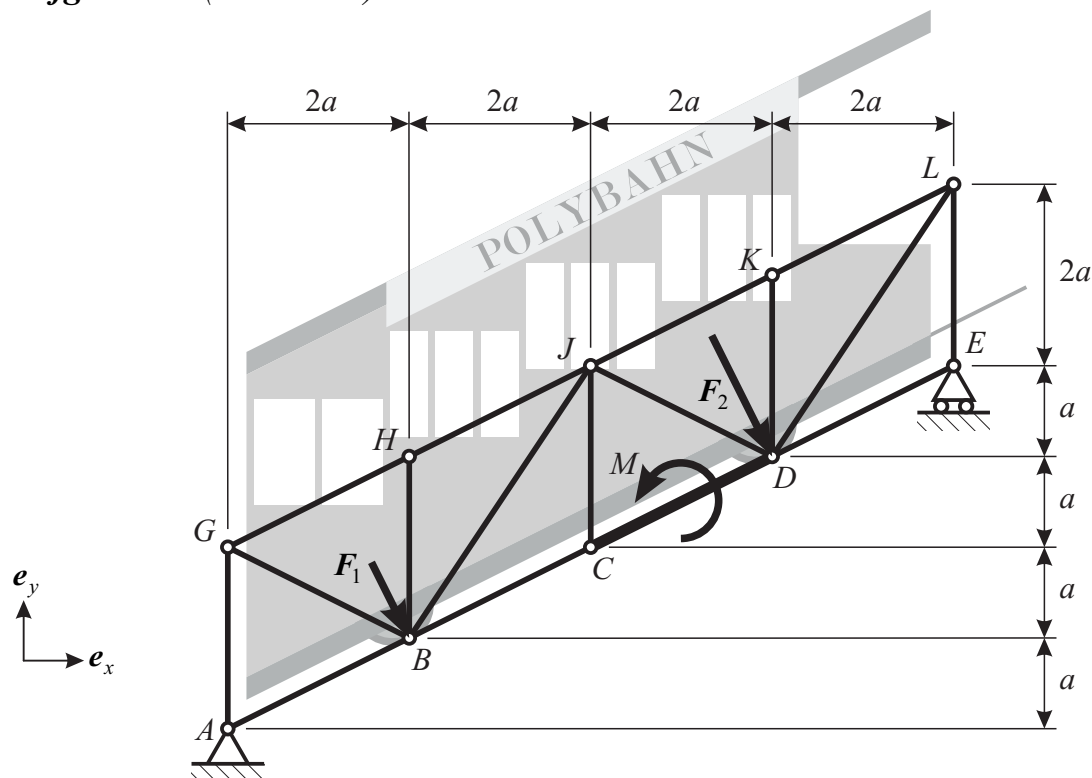


- Bestimmen Sie die momentanen Geschwindigkeiten der Punkte A , B und C . [5 Punkte]
- Bestimmen Sie die Kinematik der Zelle in C . [4 Punkte]
- Von welchem Typ (Translation, Rotation, Schraubung) ist der momentane Bewegungszustand der Zelle? Geben Sie eine mathematische Begründung an. [2 Punkte]

Hinweis: Beachten Sie, dass die Punkte A , C und D als Starrkörperpunkte beider Körper (Zelle und Rotor) betrachtet werden können.

- Bestimmen Sie die Kinematik des Rotors in E . [5 Punkte]
- Von welchem Typ (Translation, Rotation, Schraubung) ist der momentane Bewegungszustand des Rotors? Geben Sie eine mathematische Begründung an. [2 Punkte]

Aufgabe 2 (20 Punkte)



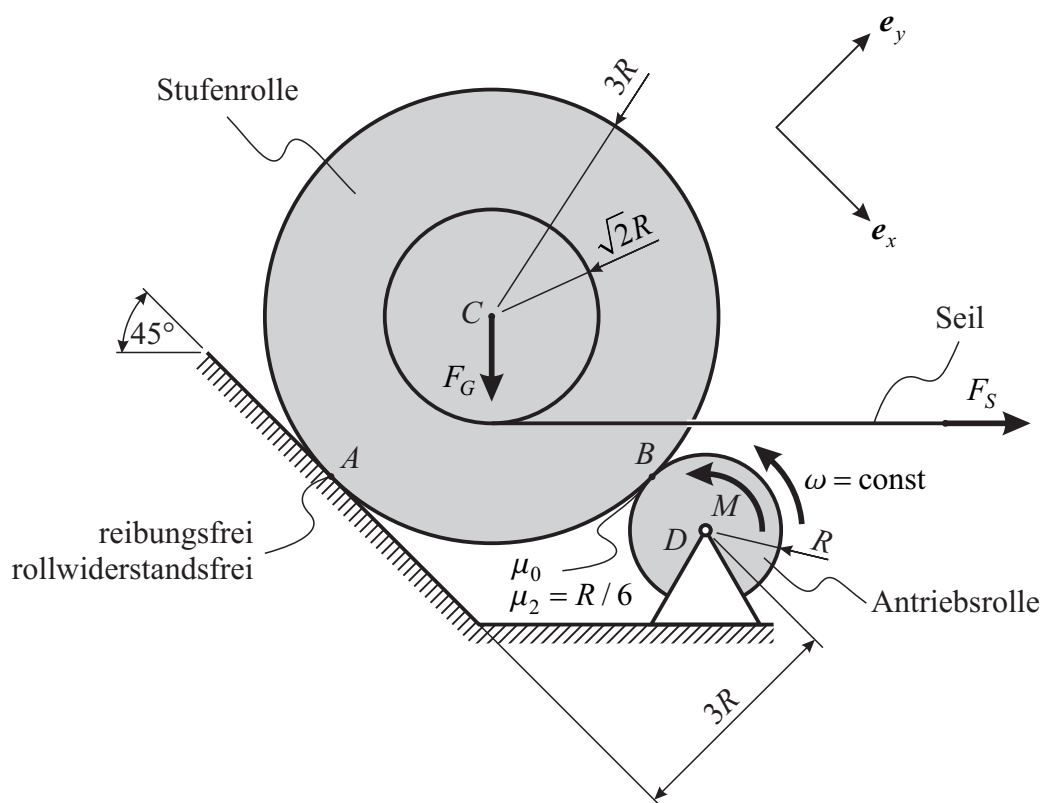
Die Polybahnbrücke wird wie abgebildet als ebenes Fachwerk modelliert. Es setzt sich aus 16 Stäben und dem Balken CD zusammen, die in den 10 Knoten $A-L$ gelenkig verbunden sind. Im Knoten A ist das Fachwerk mit einem Festlager, im Knoten E mit einem Auflager an die Umgebung gebunden. An den Knoten B und D wirken die Kräfte

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} F, \quad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} F$$

und am Balken CD greift ein Kräftepaar mit Betrag $M = 9aF$ an. Balken und Stäbe werden starr, Lager und Gelenke reibungsfrei modelliert. Das System befindet sich in Ruhe und es gilt $F > 0$.

- Ist das Fachwerk *kinematisch unbestimmt* gelagert? Ist das Fachwerk *statisch unbestimmt* gelagert? [2 Punkte]
- Bestimmen Sie mit dem Prinzip der virtuellen Leistungen (PdvL) die Stabkraft im Stab AB . Skizzieren Sie die zur Berechnung benötigten Kräfte und virtuellen Geschwindigkeiten auf dem beiliegenden Skizzenblatt. [6 Punkte]
- Ist der Stab AB auf Zug oder auf Druck beansprucht? Begründen Sie die Antwort! [2 Punkte]
- Bestimmen Sie mit dem Prinzip der virtuellen Leistungen (PdvL) die Stabkraft im Stab BC . Skizzieren Sie die zur Berechnung benötigten Kräfte und virtuellen Geschwindigkeiten auf dem beiliegenden Skizzenblatt. [8 Punkte]
- Ist der Stab BC auf Zug oder auf Druck beansprucht? Begründen Sie die Antwort! [2 Punkte]

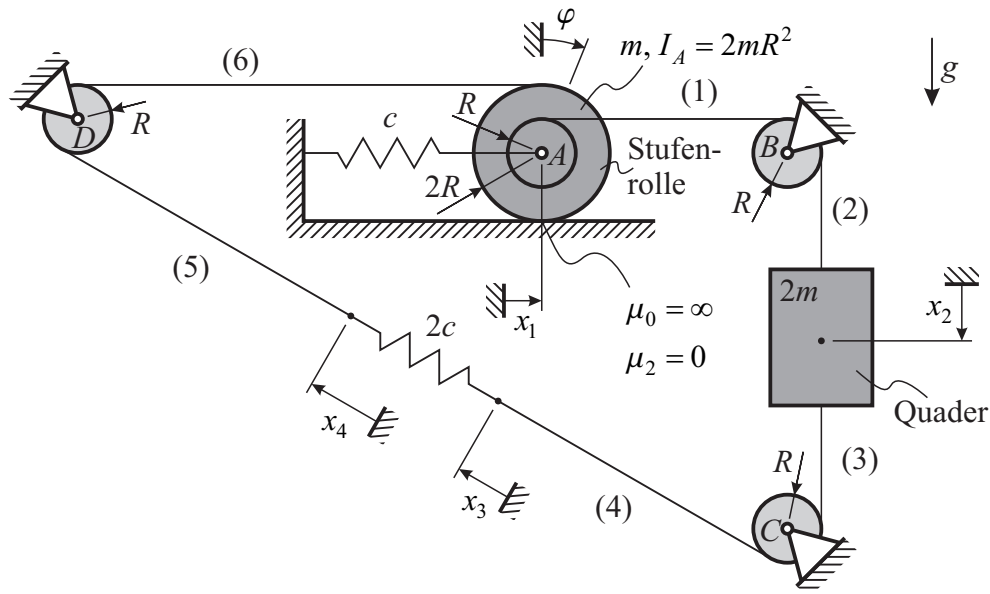
Aufgabe 3 (20 Punkte)



Die dargestellte Seilwinde besteht aus einer Antriebsrolle und einer Stufenrolle. Die Stufenrolle wird in A auf einer 45° geneigten Ebene und in B auf der Antriebsrolle abgestützt. Der Kontakt in A wird als reibungs- und rollwiderstandsfrei modelliert. Im Kontaktpunkt B haften die beiden Körper (Haftkoeffizient μ_0) und es wirkt ein Rollwiderstand (Rollwiderstandslänge $\mu_2 = R/6$). Die Stufenrolle ist durch die Seilkraft $F_S > 0$ und die Gewichtskraft F_G belastet. An der reibungsfrei gelagerten Antriebsrolle greift ein Kräftepaar M so an, dass sich diese mit *konstanter* Rotationsgeschwindigkeit ω dreht. Das System wird eben modelliert.

- Schneiden Sie die beiden Körper (Stufenrolle, Antriebsrolle) *einzel*n frei und zeichnen Sie die Reaktionen ein. Wählen Sie dabei das skizzierte Koordinatensystem. [6 Punkte]
- Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für die beiden Körper (Stufenrolle, Antriebsrolle) separat auf. [4 Punkte]
- Geben Sie die Kraftgesetze für den Kontakt in B an. [2 Punkte]
- Bestimmen Sie die Reaktionen in A , B und D sowie den Betrag des Kräftepaars M in Abhängigkeit von F_G und F_S . Vereinfachen Sie die Resultate. [4 Punkte]
- Geben Sie die Bedingung für μ_0 an, damit die Stufenrolle nicht auf der Antriebsrolle gleitet. Vereinfachen Sie das Resultat. [2 Punkte]
- Geben Sie die Bedingung für F_S an, so dass die Stufenrolle nicht abhebt. Vereinfachen Sie das Resultat. [2 Punkte]

Aufgabe 4 (20 Punkte)



Der abgebildete, ebene Mechanismus besteht aus einem Quader (Masse $2m$), einer Stufenrolle (Masse m , Massenträgheitsmoment bezüglich Massenmittelpunkt $I_A = 2mR^2$), zwei Federn und drei masselos modellierten Umlenkrollen. Die Stufenrolle führt auf dem kleinen Radius R ein Seil, das mit dem Quader verbunden ist. Das Seil auf dem grossen Radius $2R$ verbindet die Stufenrolle über eine Feder (Federkonstante $2c$) mit dem Quader. Die Stufenrolle rollt ohne zu gleiten und ohne Rollwiderstand auf der horizontalen Unterlage und ist über eine Feder (Federkonstante c) mit der Wand verbunden. Die eingezeichneten Koordinaten x_i ($i = 1, \dots, 4$) und φ beschreiben die Lage bezüglich der ungespannten Anfangslage. Die Seile sind masselos, undehnbar und gespannt. Zudem wirkt die Gravitation mit Erdbeschleunigung g .

- Bestimmen Sie den Freiheitsgrad des Systems. [1 Punkt]
- Schneiden Sie den Quader, die Stufenrolle und alle Umlenkrollen *einzel*n frei und führen Sie alle Feder-, Gewicht- und Bindungskräfte ein. [5 Punkte]
- Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen von Quader und Stufenrolle in Richtung der gegebenen Koordinaten auf. Formulieren Sie diese in Abhängigkeit der im Freischnitt eingeführten Kräfte. [3 Punkte]
- Formulieren Sie die Kraftgesetze beider Federn in Abhängigkeit von den Koordinaten x_i . [2 Punkte]
- Leiten Sie eine Relation zwischen den Seilkräften in den Abschnitten (1)–(6) her. [2 Punkte]
- Geben Sie die kinematischen Relationen zwischen x_1, \dots, x_4 und φ an. [4 Punkte]
- Eliminieren Sie die Feder- und Bindungskräfte sowie die Koordinaten x_2, \dots, x_4 und φ aus den Bewegungsdifferentialgleichungen und geben Sie die reduzierte Form in der Koordinate x_1 an. [3 Punkte]