

Übung 3

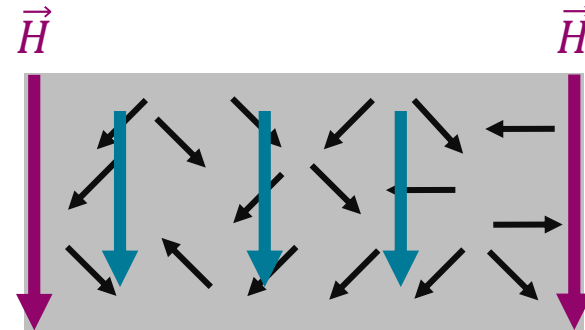
Wellengleichung

Recap Übung 2

Recap



$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{E} \cdot \epsilon_0 (1 + \chi) = \vec{E} \cdot \epsilon_0 \epsilon_r$$



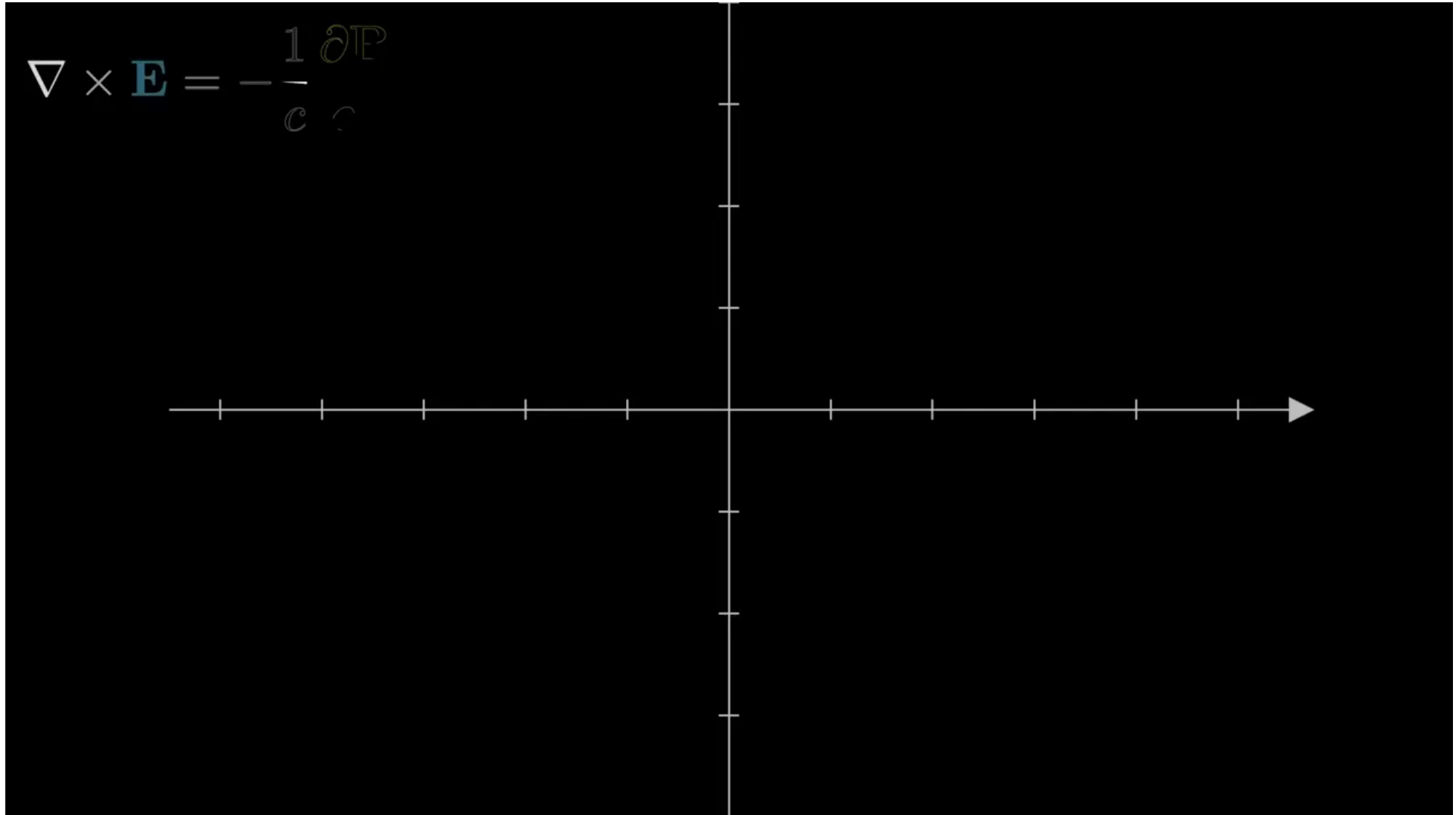
$$\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$$

$$\mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \vec{B} = \vec{H} \cdot \underbrace{\mu_0 (1 + \chi_m)}_{\mu_r} = \vec{H} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r$$

Nachbesprechung

Übung 3

Wellengleichung im freiem Raum

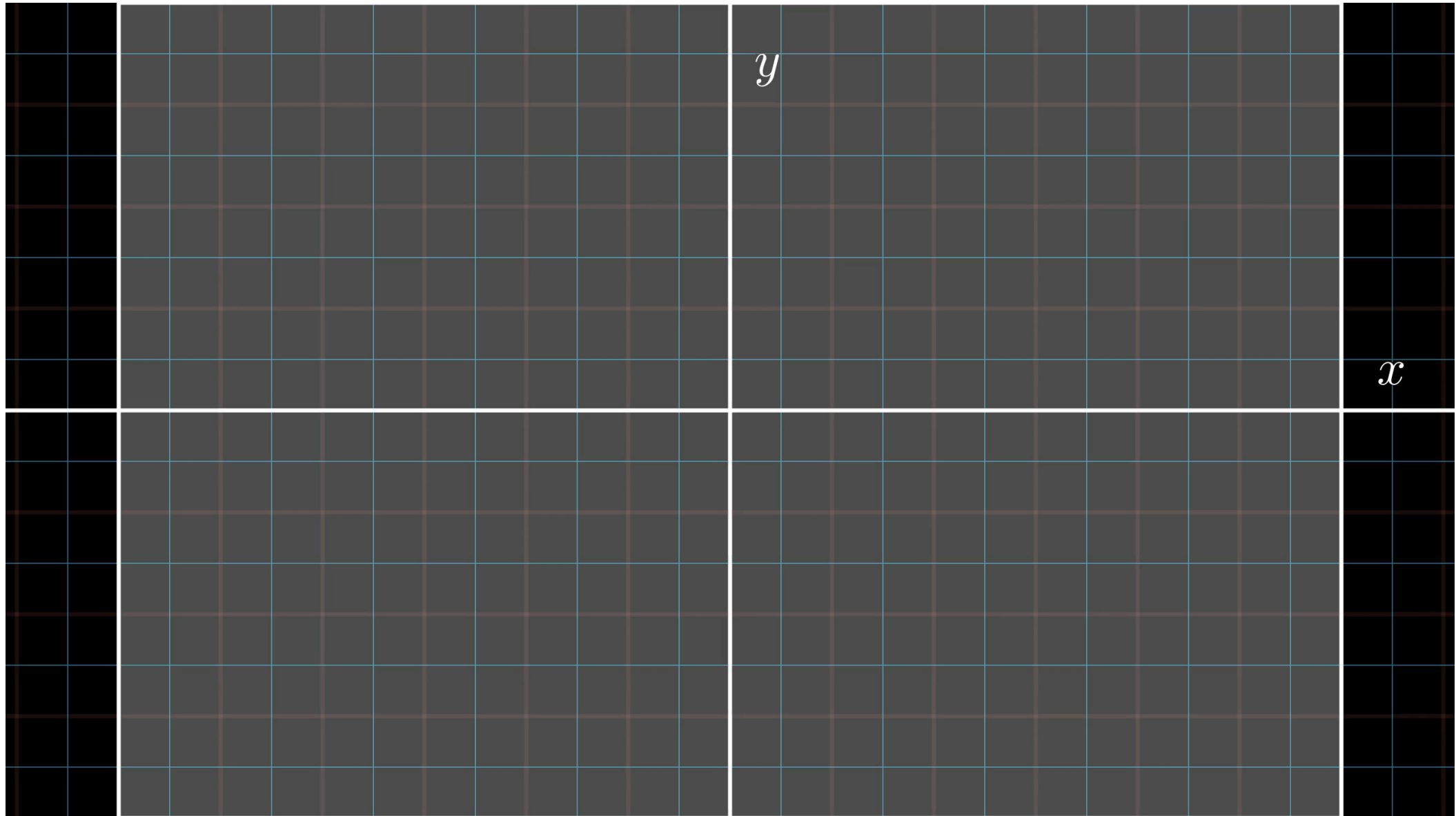


Wellengleichung im freiem Raum

$$\frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \nabla^2 \cdot \vec{E} = 0$$

Folgender Ansatz löst die Gleichung:

$$\vec{E}(r, t) = \text{Re} \left\{ \left(E_0 \cdot e^{\pm i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}} \right) \cdot e^{-i \omega t} \right\} = \text{Re} \{ \underline{\vec{E}}(r) \cdot e^{-i \omega t} \}$$



Wellengleichung im freiem Raum

$$\vec{E}(r, t) = \text{Re} \left\{ \left(E_0 \cdot e^{\pm i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}} \right) \cdot e^{-i \omega t} \right\} = \text{Re} \{ \underline{\vec{E}}(r) \cdot e^{-i \omega t} \}$$

Dabei gilt:

$\underline{\vec{E}}(r)$: Komplexer Zeiger des elektrischen Feldes. (Abhängig vom Ort, unabhängig der Zeit)

$\vec{E}(r, t)$: Reales elektrisches Feld. (Abhängig vom Ort, **propagiert mit der Zeit**)

$\underline{\vec{E}}_0$: Komplexe Amplitude (Vektor, 3 Komponente)

$\omega = 2\pi f = c \cdot k$: Kreisfrequenz der Welle.

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$: Wellenlänge

$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix}$: Kreiswellenzahl (Beschreibt Ausbreitungsrichtung der Welle)

Schauen wir nur eine Welle mit einer Kreisfrequenz an, so nennen wir sie auch **Monochromatisch**

Wellengleichung im freiem Raum

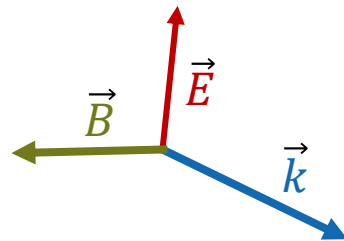
$$\vec{E}(r, t) = \text{Re} \left\{ \left(E_0 \cdot e^{\pm i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}} \right) \cdot e^{-i \omega t} \right\} = \text{Re} \{ \underline{\vec{E}}(r) \cdot e^{-i \omega t} \}$$

Dispersionsrelation

$$|\vec{k}| = \frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \rightarrow k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - (k_x^2 + k_y^2)}$$

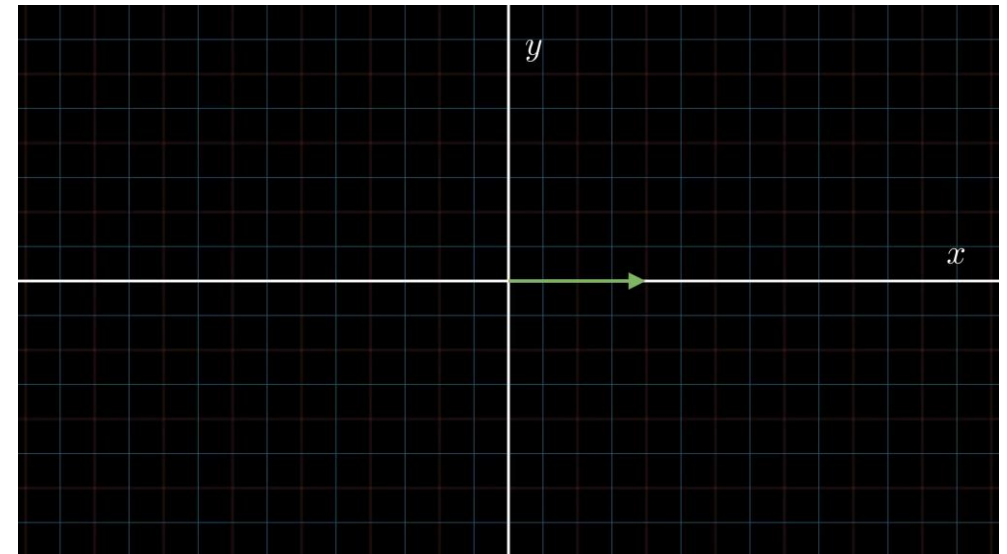
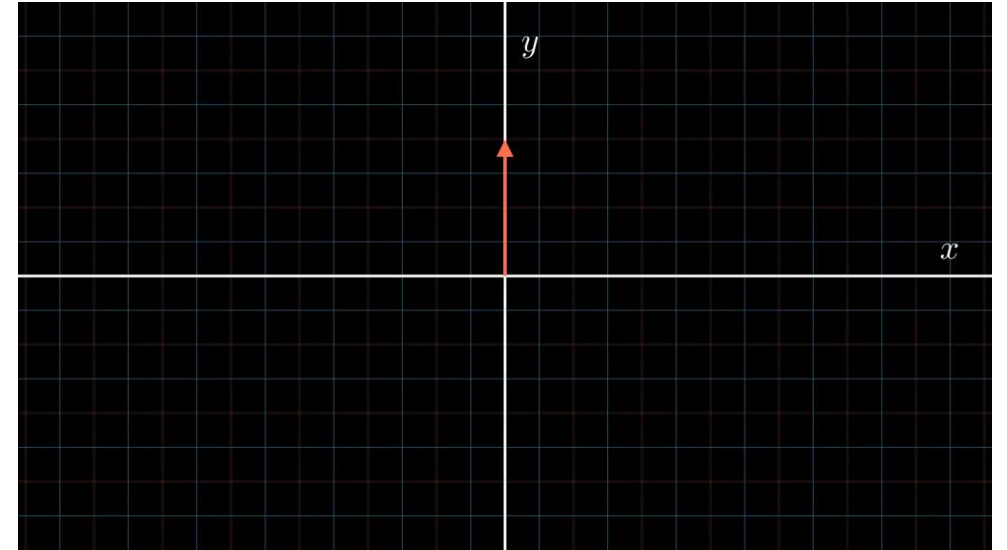
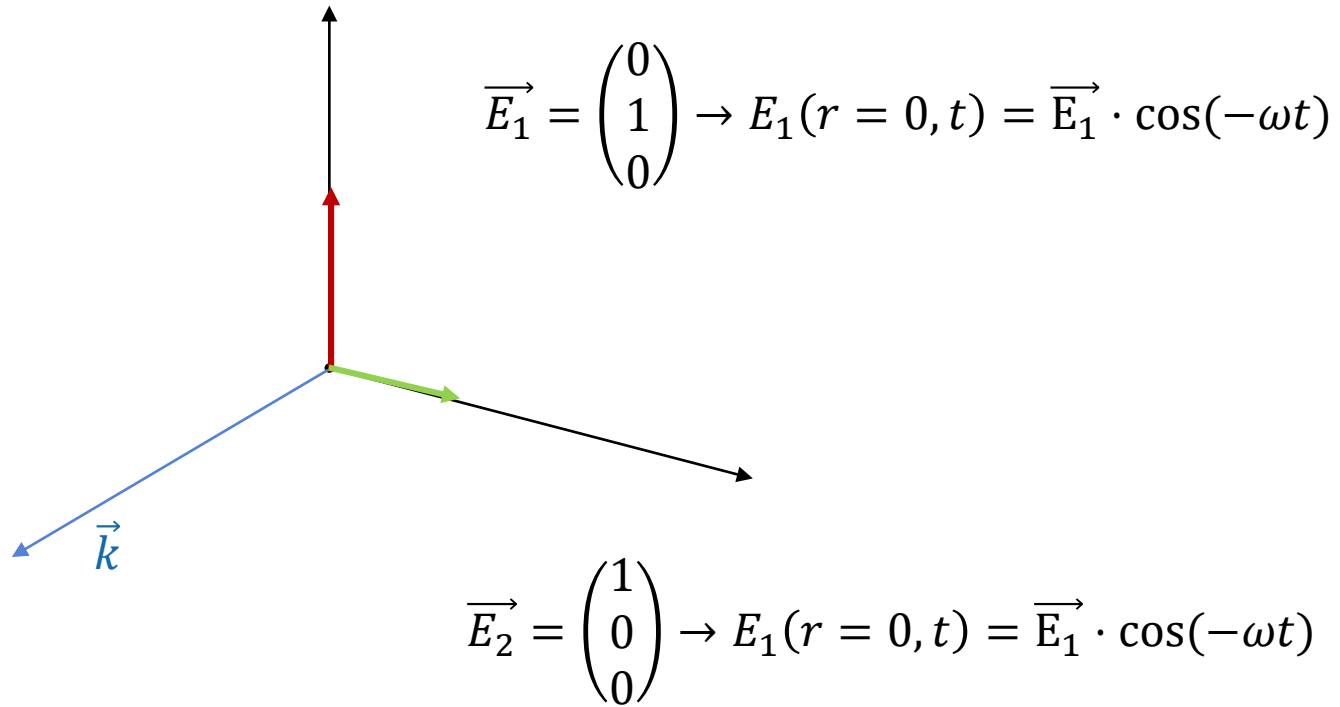
Ausbreitungsrichtung steht senkrecht zum E-Feld, welches senkrecht zum Magnetfeld steht!
(Transversalitätsbedingung)

$$\vec{E} \cdot \vec{k} = 0 = \vec{E} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{k}$$



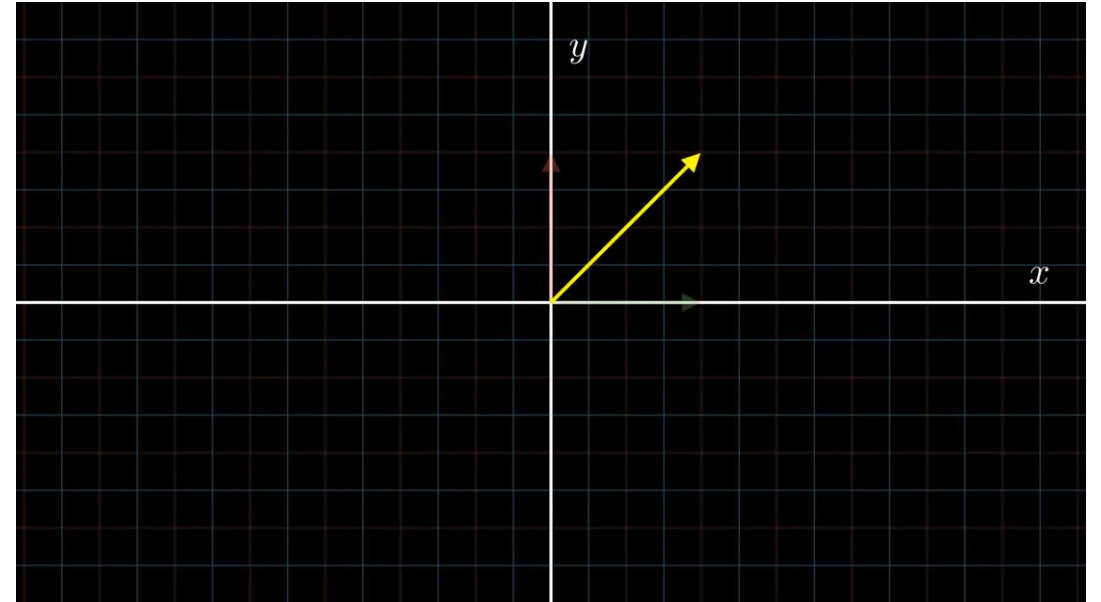
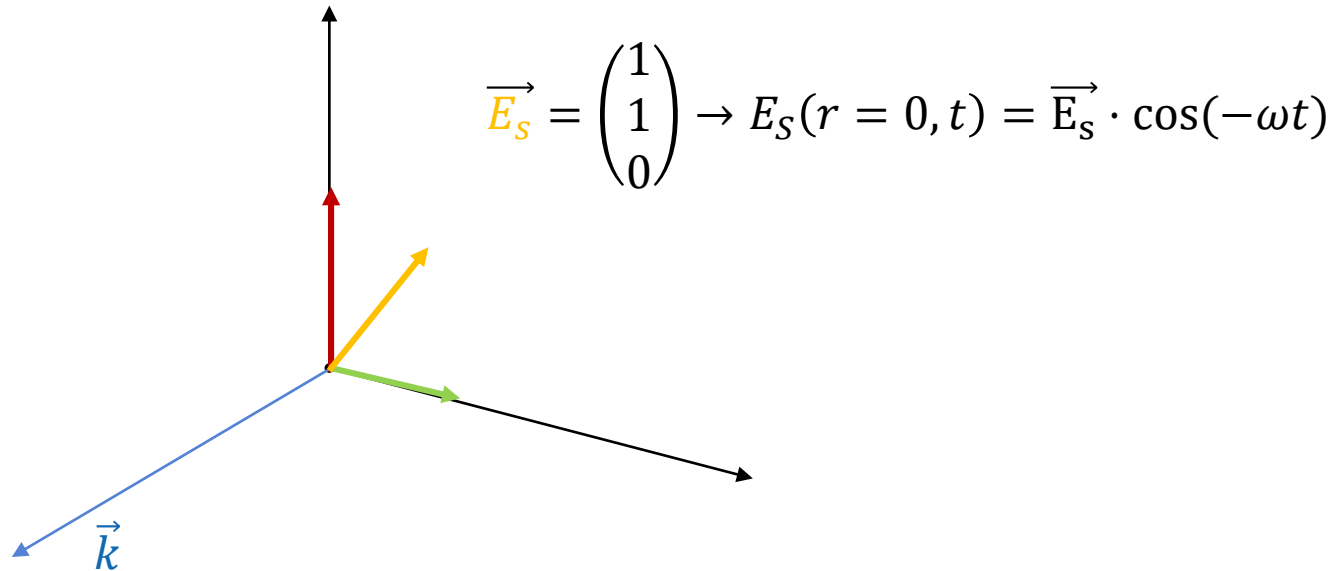
Polarisierung von Wellen

Ausbreitungsrichtung gibt uns eine erste Restriktion für $\vec{E}_0$



Polarisierung von Wellen

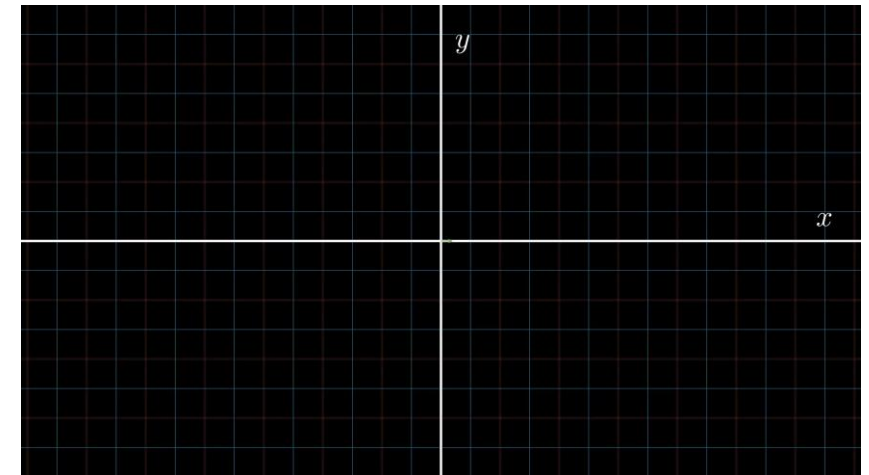
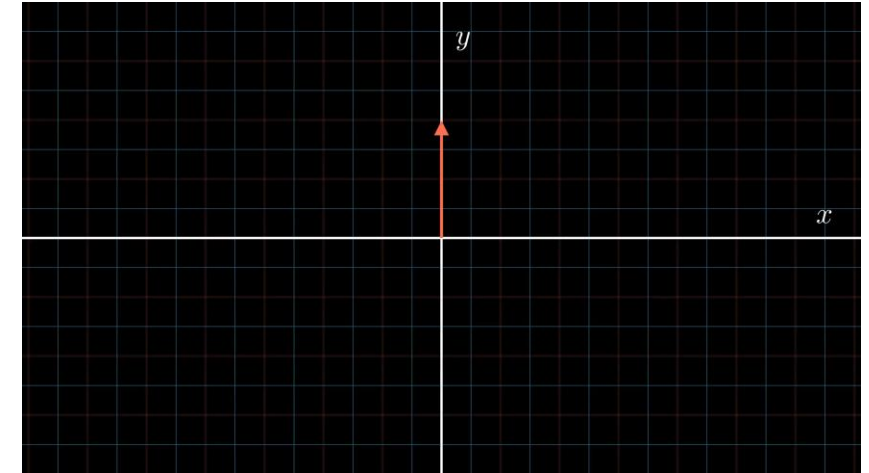
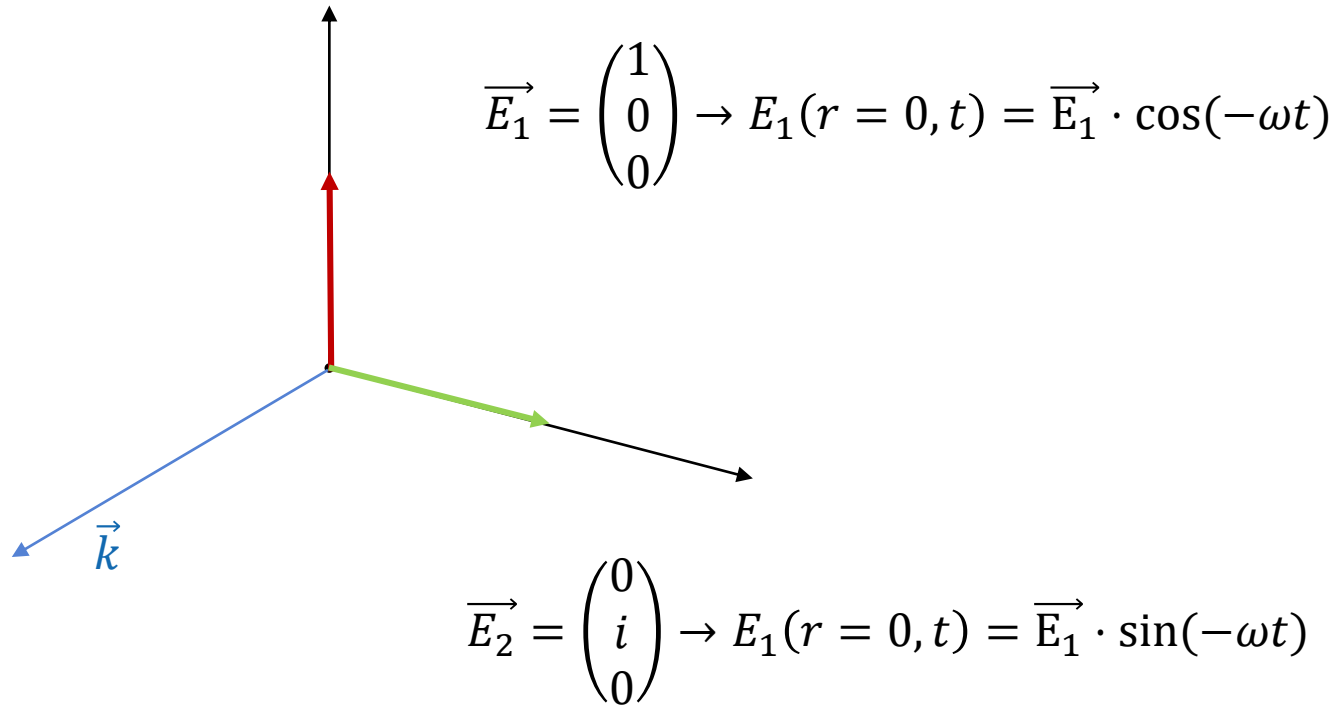
Superposition dieser beiden Wellen ist auch wieder eine gültige Welle



Der Verlauf von Amplituden mit rein reellen Einträgen beschreibt **immer eine Gerade**.

Polarisierung von Wellen

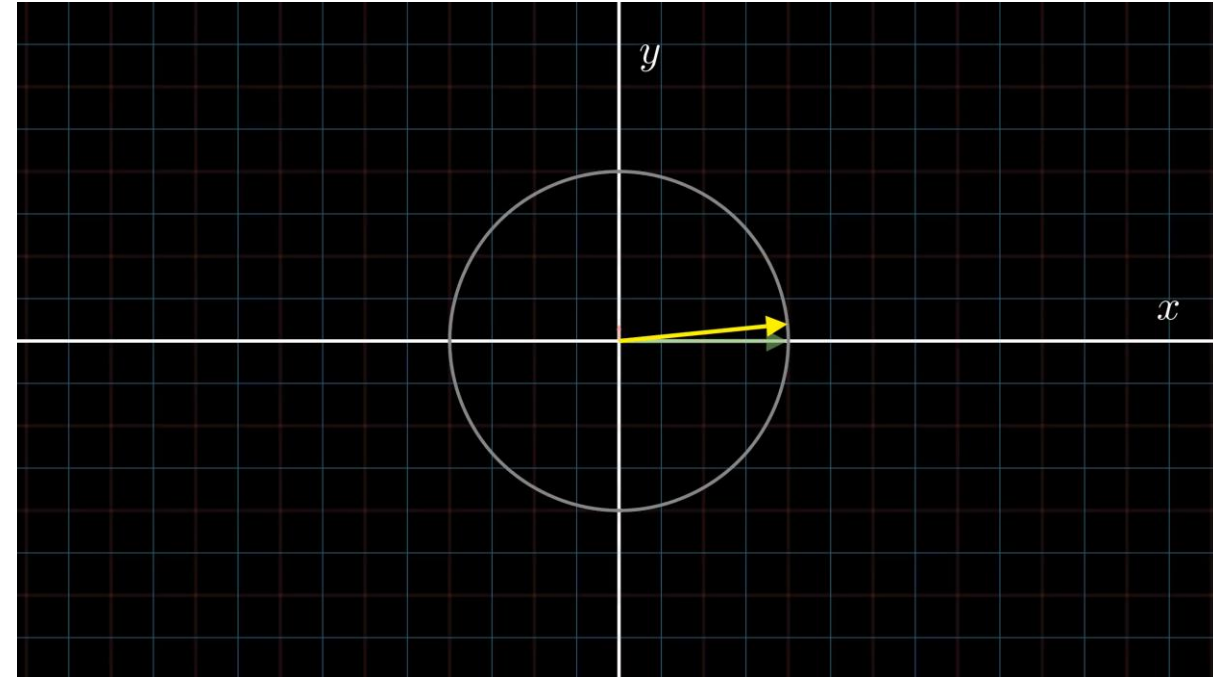
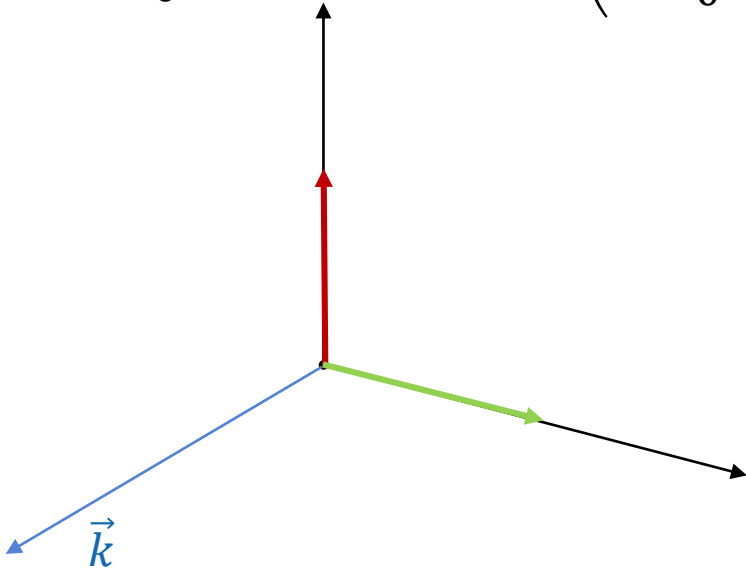
Was geschieht, wenn wir komplexe Komponenten in der Amplitude haben?



Polarisierung von Wellen

Was geschieht, wenn wir komplexe Komponenten in der Amplitude haben?

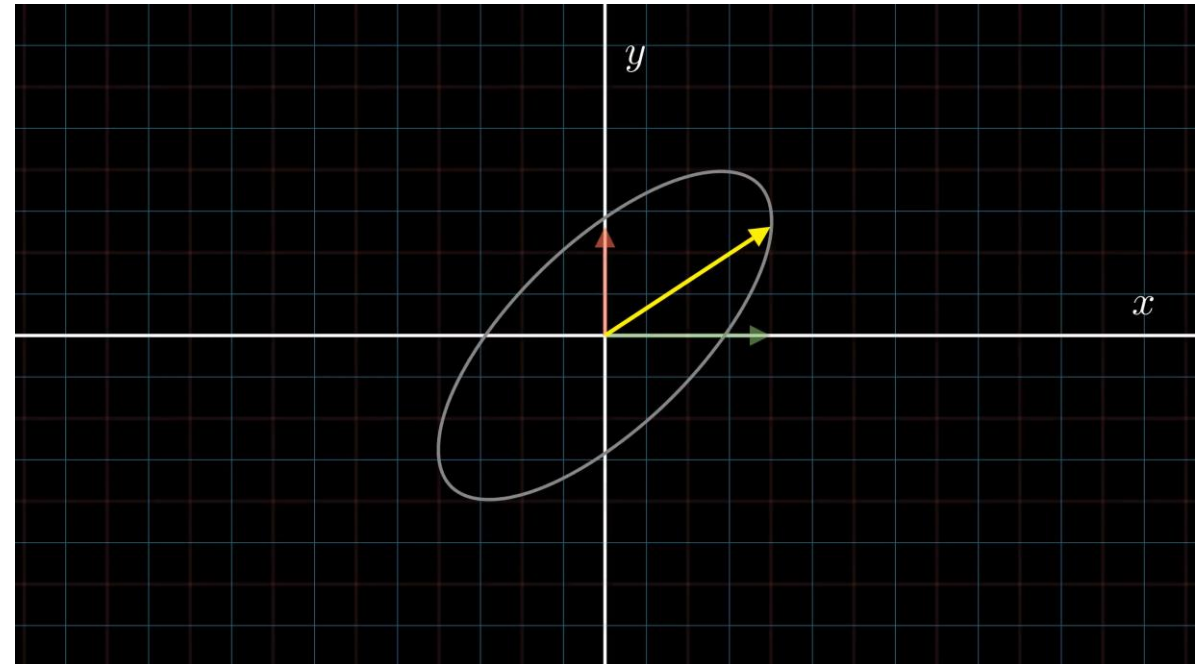
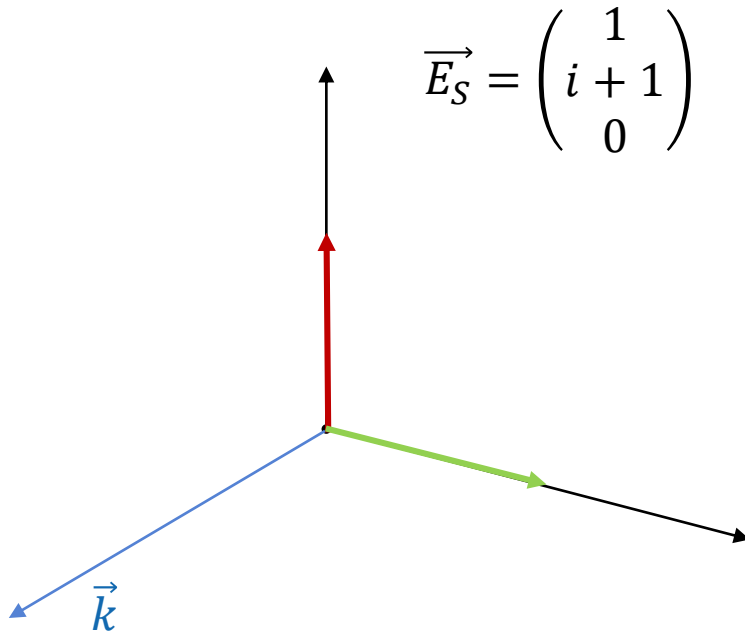
$$\vec{E}_S = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow E_S(r=0, t) = \begin{pmatrix} \cos(-\omega t) \\ \sin(+\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$



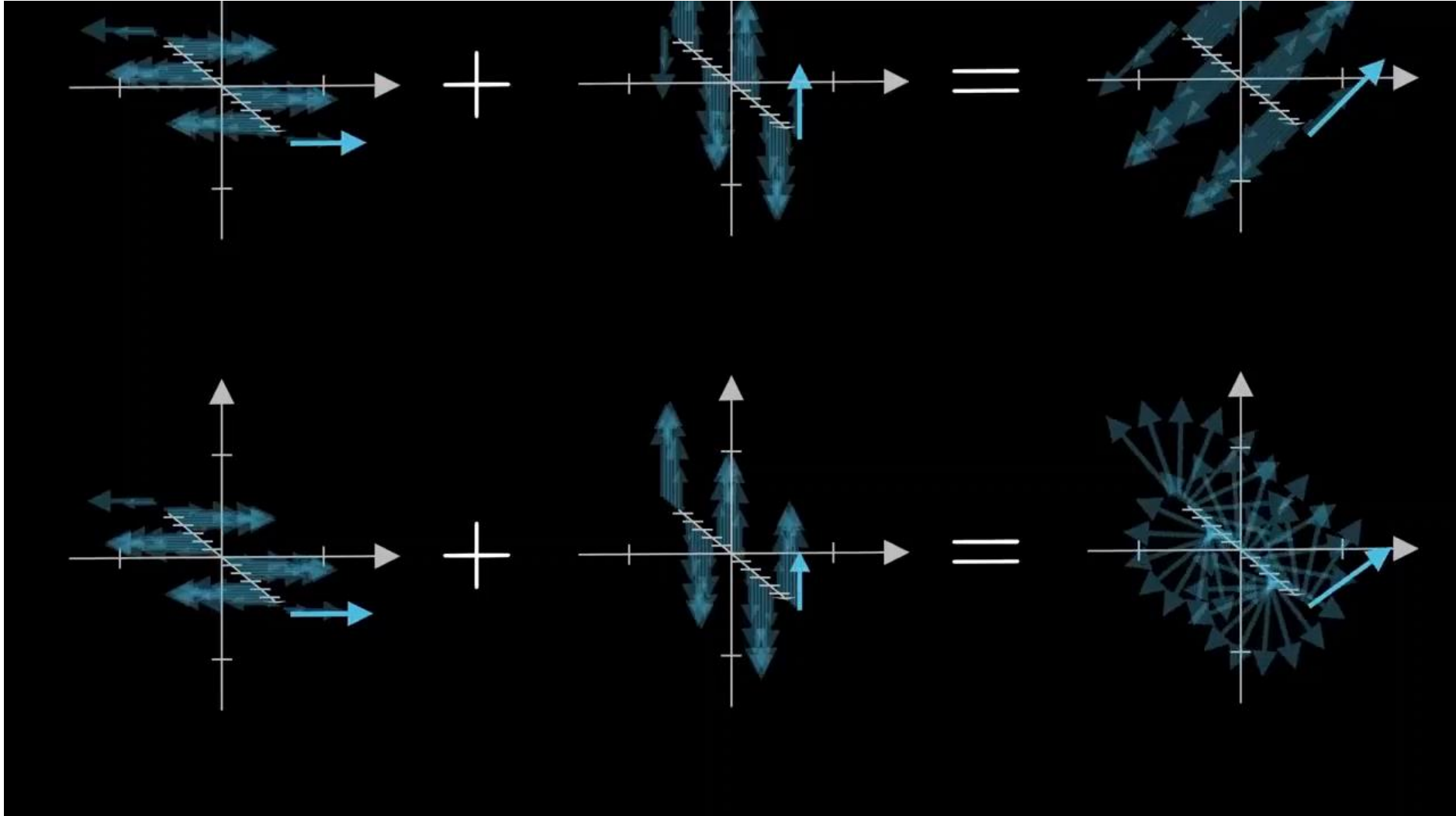
Sind die beide Polarisierungen um 90° Phasenverschoben, so beschreibt die Amplitude einen Kreis

Polarisierung von Wellen

Was geschieht, wenn wir komplexe Komponenten in der Amplitude haben?



Polarisierung von Wellen



Maxwell Gleichung für monochromatische Wellen

$$\nabla \cdot \underline{\vec{D}}(\vec{r}) = \underline{\rho}(\vec{r})$$

$$\nabla \times \underline{\vec{E}}(\vec{r}) = i\omega \underline{\vec{B}}(\vec{r})$$

$$\nabla \times \underline{\vec{H}}(\vec{r}) = -i\omega \underline{\vec{D}}(\vec{r}) + \underline{\vec{j}}_0(\vec{r})$$

$$\nabla \cdot \underline{\vec{B}}(\vec{r}) = 0$$

Falls wir eine monochromatische Welle betrachten gilt: $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$, $\vec{H} = \vec{H}_0 \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$, $Z_0 := \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$

$$\nabla \cdot \vec{E} \Rightarrow i\vec{k} \cdot \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{E} \Rightarrow i\vec{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{H}_0 = \frac{1}{Z_0} (\vec{n}_k \times \vec{E}_0)$$