Übung 3

Wellengleichung

Recap Übung 3

Recap:

Monochromatische Welle im Raum

Örtlicher Propagationsterm

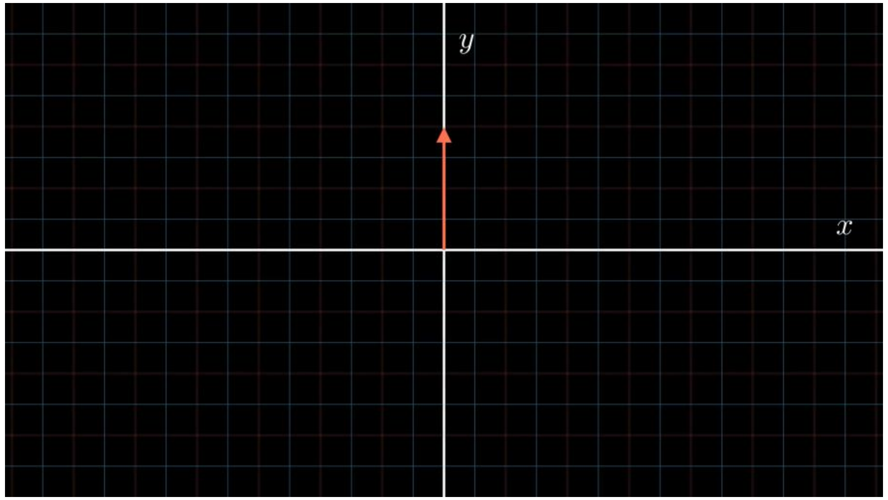
$$\vec{E}(r,t) = Re\left\{\left(\underline{\overrightarrow{E_0}} \cdot e^{\pm i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}}\right) \cdot e^{-i\omega t}\right\} = Re\{\underline{\vec{E}}(r) \cdot e^{-i\omega t}\}$$

Komplexe Amplitude der Welle
$\rightarrow$ Feld zum Zeitpunkt $\mathrm{t} = 0$ im Ursprung

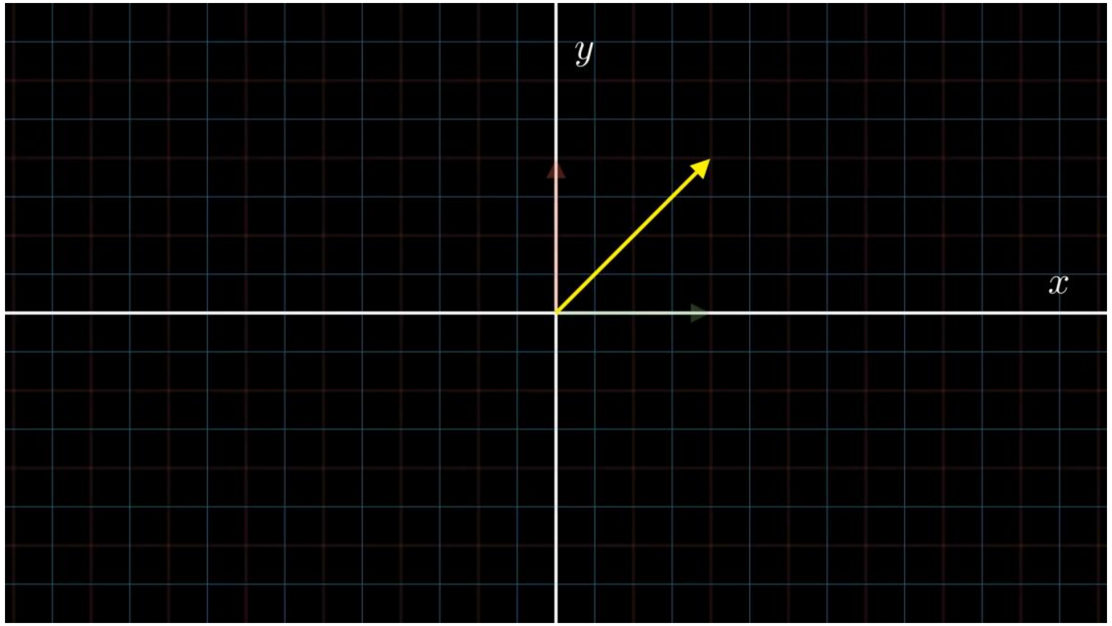
Zeitlicher Propagationsterm

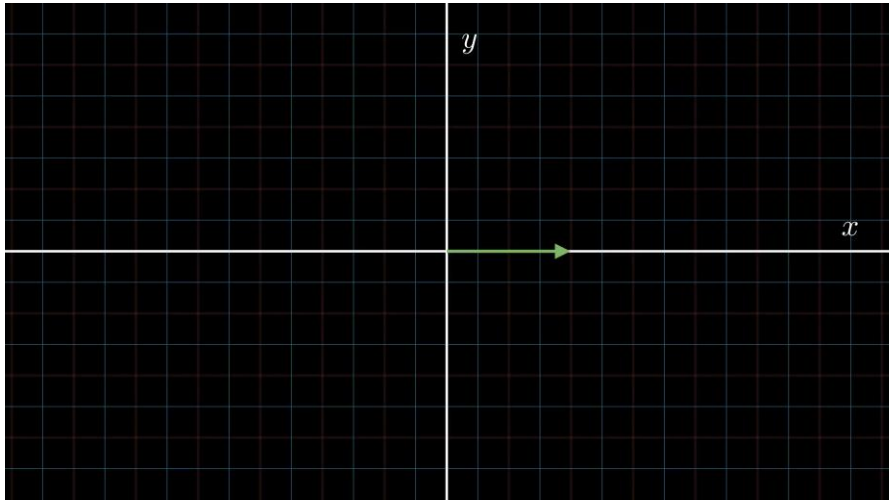
Recap: Linear Polarisierte Welle

Die beiden Komponenten des komplexen Zeigers sind in Phase → Beschreibt eine Gerade



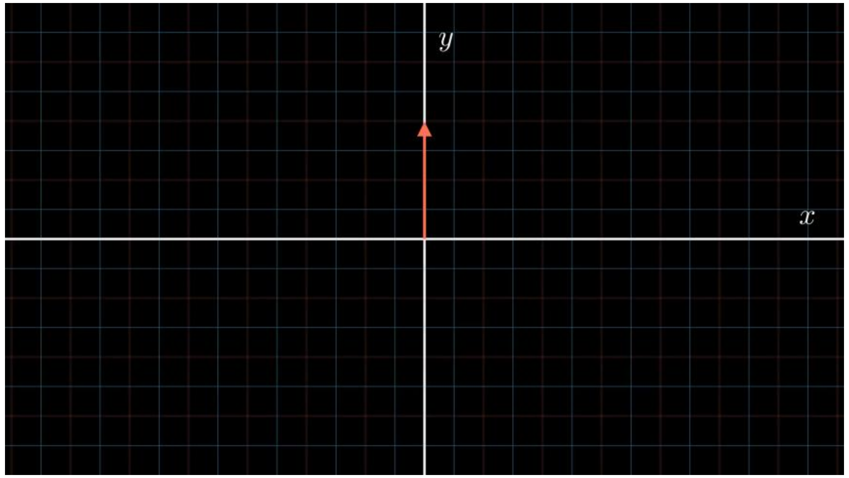
$$\overrightarrow{E_0} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

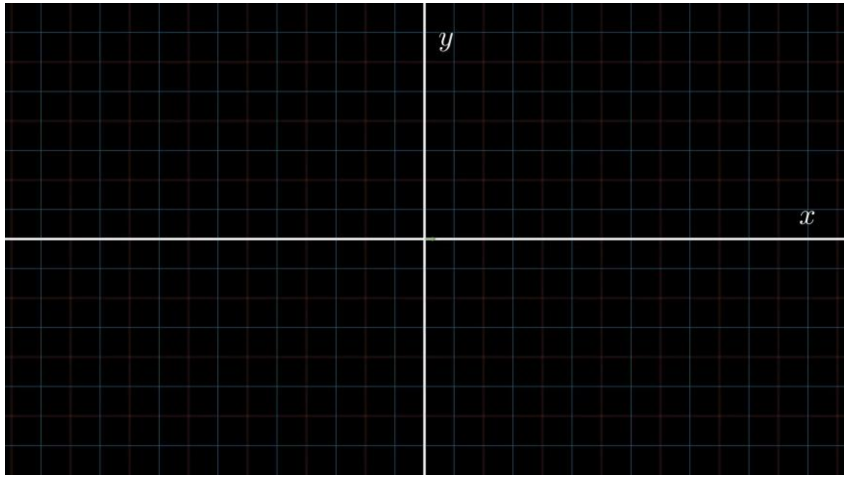




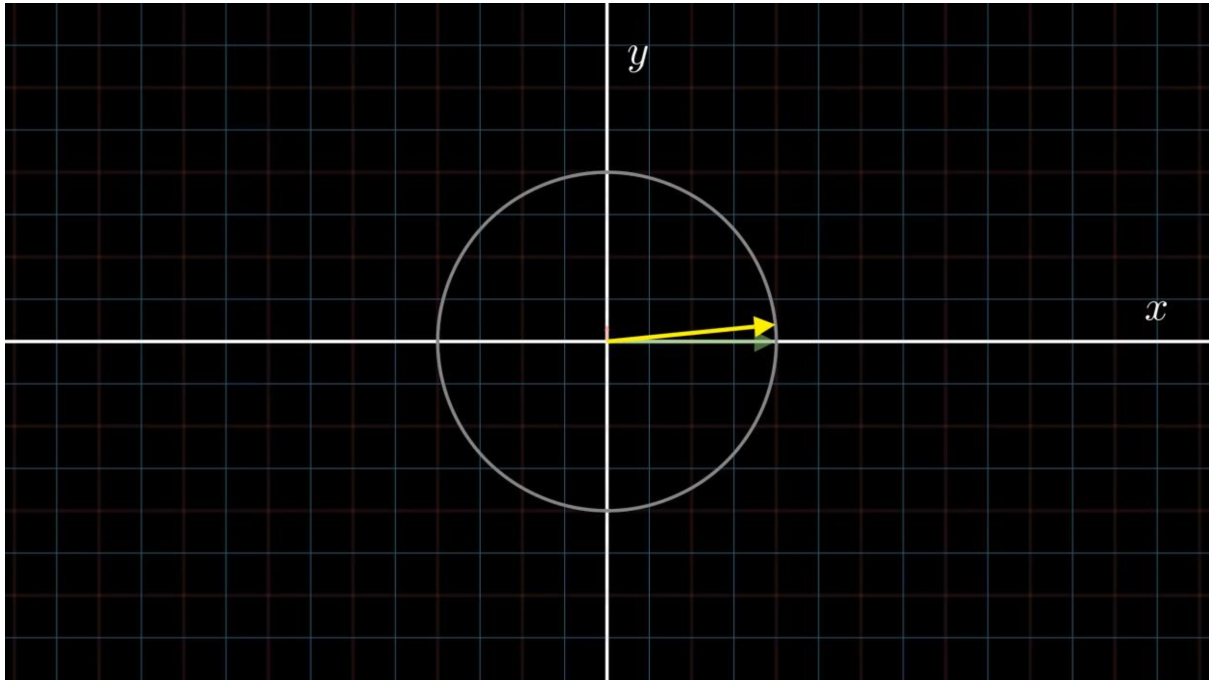
Recap: Zirkulär Polarisierte Welle

Die beiden Komponenten des komplexen Zeigers sind um 90° verschoben → Beschreibt einen Kreis





$$\overrightarrow{E_0} = \begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Recap: Zusammenhang E und H Feld

Für **monochromatische Wellen** gilt:

$$\boxed{\overrightarrow{H_0} = \frac{1}{Z_0}\left(\vec{n}_k \times \vec{E}_0\right)}$$

Mit $Z_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}, \vec{E} = \overrightarrow{E_0} \cdot e^{ik\cdot r}, \vec{H} = \overrightarrow{H_0} \cdot e^{ik\cdot r}$

Nachbesprechung

Übung 3

Evaneszente Wellen

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix}$$

Dispersionsrelation: $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$

$$k_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2 - k_y^2}$$

Die Wellenfunktion sieht folgendermassen aus:

$$\boldsymbol{E}(r) = \boldsymbol{E_0} e^{i \cdot \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r}} = \boldsymbol{E_0} \cdot e^{i(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} \cdot e^{i \cdot k_z}$$

Falls k_z Komplex wird, erhalten wir eine **evaneszente Welle**

$$\boldsymbol{E_0} \cdot e^{i(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} \cdot e^{-|k_z| \cdot z} \longleftarrow$$ Welle nimmt Exponentiell ab in z Richtung

Intensität von Wellen

$$I(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} < \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t), \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) > \longleftarrow \text{Zeitgemittelt}$$

Für **monochromatische Wellen** vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$I(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,|\boldsymbol{E_0}|^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,\boldsymbol{E_0}\cdot\boldsymbol{E_0^*}$$

Für **evaneszente Wellen**:

$$I(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,|\boldsymbol{E_0}|^2 \cdot e^{-2|k_z|\cdot z}$$

Intensität von Wellen

Für eine Superposition von 2 Wellen gilt:

$$I(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} < \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t), \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) > = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (< \underbrace{\boldsymbol{E_1}(\boldsymbol{r},t), \boldsymbol{E_1}(\boldsymbol{r},t)}_{\text{Intensität Welle 1}} > + < \underbrace{\boldsymbol{E_2}(\boldsymbol{r},t), \boldsymbol{E_2}(\boldsymbol{r},t)}_{\text{Intensität Welle 2}} > +2 < \underbrace{\boldsymbol{E_1}(\boldsymbol{r},t), \boldsymbol{E_2}(\boldsymbol{r},t)}_{\text{Interferenz}} >)$$

$$I(\boldsymbol{r}) = I_1 + I_2 + 2 \cdot I_{12}$$

Fouriertransformation

$$\widehat{\boldsymbol{E}}(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\boldsymbol{E}}(\vec{r},\omega) \cdot e^{-i\omega t} \cdot d\omega$$

$$\boldsymbol{E}(\vec{r},\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{E}(\vec{r},t) \cdot e^{i\omega t} \cdot dt$$

$(\omega = 2\pi f \rightarrow d\omega = 2\pi \cdot df)$