

Elektrotechnik I

Übung 2 Spannungs- und Stromteiler, reale Quellen



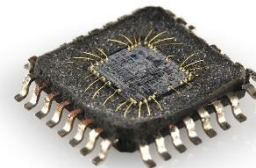
- **PTC (Positive Temperature Coefficient)**
-> Widerstand sinkt mit sinkender Temperatur



- **NTC (Negative Temperature Coefficient)**
-> Widerstand steigt mit sinkender Temperatur

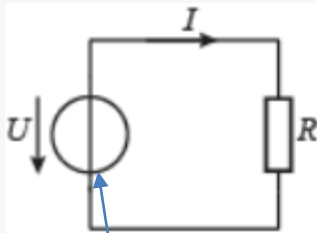


- **Halbleiter (Semiconductor)**



Multiple choice

[Frage 8] Der Widerstand R wird halbiert. Welche der unten stehenden Aussagen treffen zu?



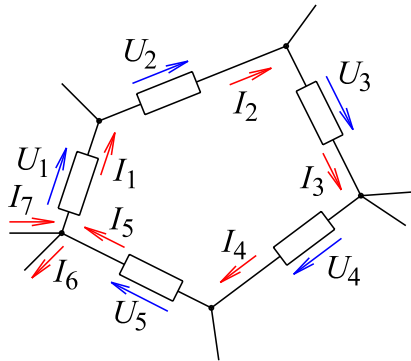
Ideale Spannungsquelle

-> Spannung U bleibt **immer** konstant, unabhängig des Widerstandes R

Recap: Kirchhoff'sche Regeln

Maschenregel

Kirchhoff Voltage Law (KVL)



$$0 = \sum_{\text{Masche}} U_i$$

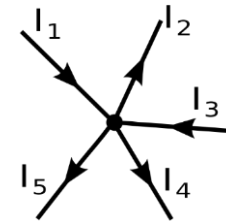
Entlang einer Masche addieren sich alle Spannungen zu Null!

Kraft im E-Feld ist unabhängig vom Weg solange Start und Endpunkte gleich sind

Ladungserhaltungssatz

Knotenregel

Kirchhoff Current Law (KCL)



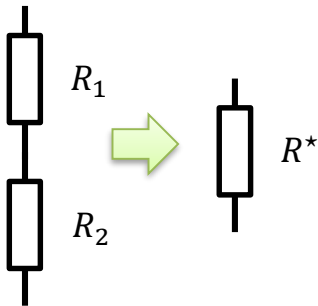
$$0 = \sum_{\text{Knoten}} I_i$$

In einen Knoten muss gleich viel Strom rein wie raus fließen!

Recap: Serien- und Parallelschaltung

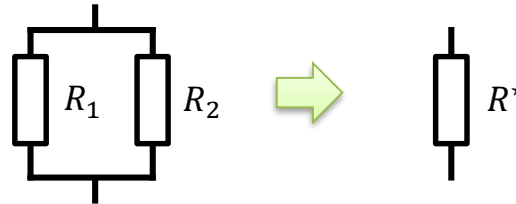
$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Serienschaltung



$$R^* = \sum_i R_i$$

Parallelschaltung



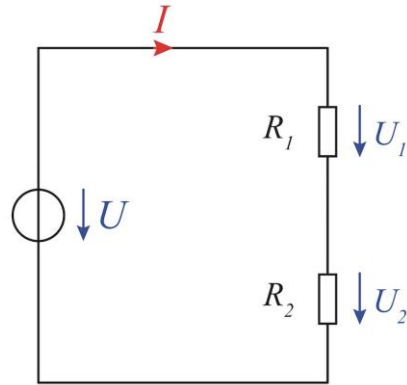
$$\frac{1}{R^*} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = (R_1 || R_2)$$

(Spezialfall für zwei Widerstände!)

Spannungsteiler

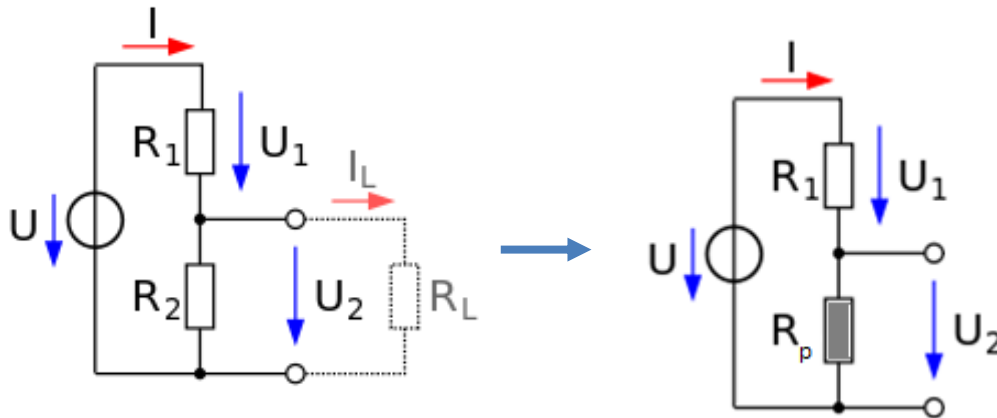
Unbelastet



$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U$$

Spannung teilt sich proportional zu den Widerständen auf.

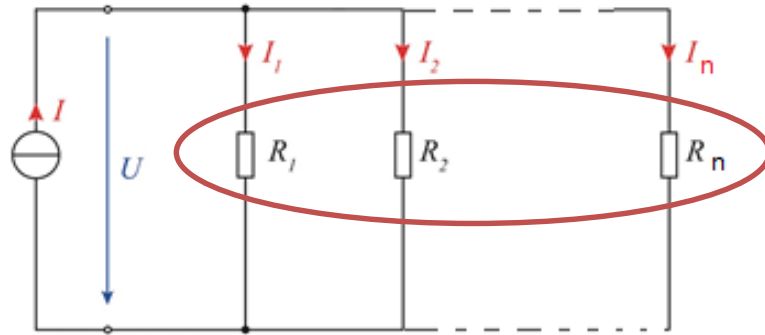
Belastet



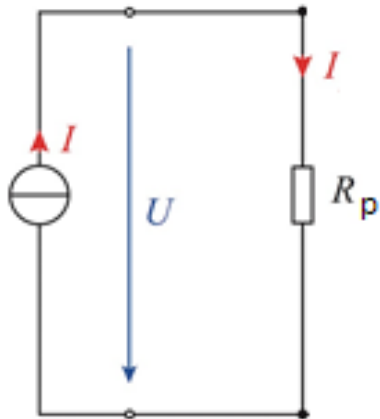
$$\begin{aligned} U_2 &= U \cdot \frac{(R_2 || R_L)}{(R_2 || R_L) + R_1} \\ &= U \cdot \frac{R_p}{R_p + R_1} \end{aligned}$$

Stromteiler

Strom teilt sich proportional zu den Leitwerten auf



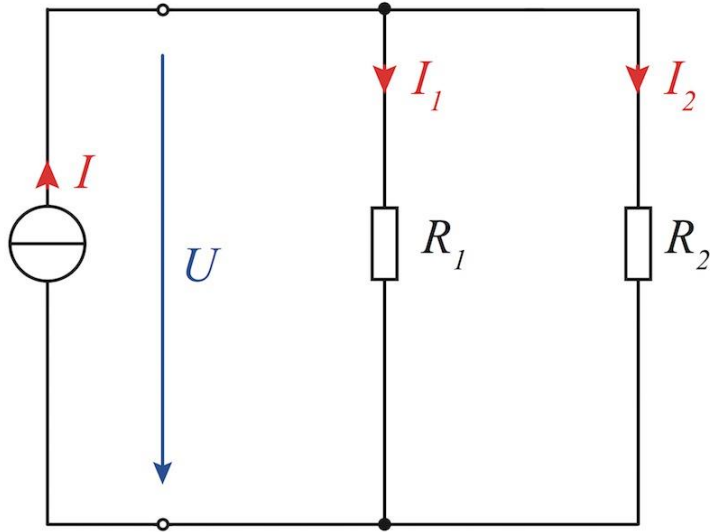
$$U = I \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)^{-1} = I \cdot R_p$$



$$I_x = \frac{U}{R_x} = I \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{R_x} = I \cdot \frac{R_p}{R_x}$$

$$I_x = I \cdot \frac{R_p}{R_x}$$

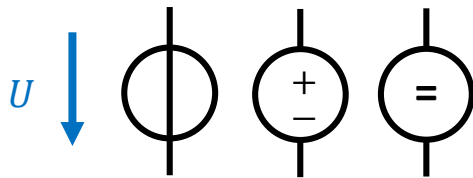
Stromteiler – 2 Widerstände



$$I_1 = \frac{U}{R_x} = I \cdot \frac{(R_1 || R_2)}{R_x} = I \cdot \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_x}$$

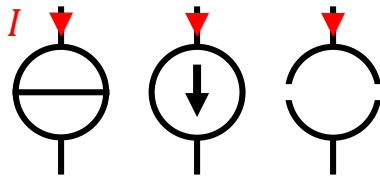
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Spannungsquelle



Über der Spannungsquelle fällt immer genau dieselbe Spannung ab. Es kann ein beliebiger Strom fließen.

Stromquelle



Durch die Stromquelle fließt immer der genau gleiche Strom, dabei kann eine beliebige Spannung über der Quelle anliegen.

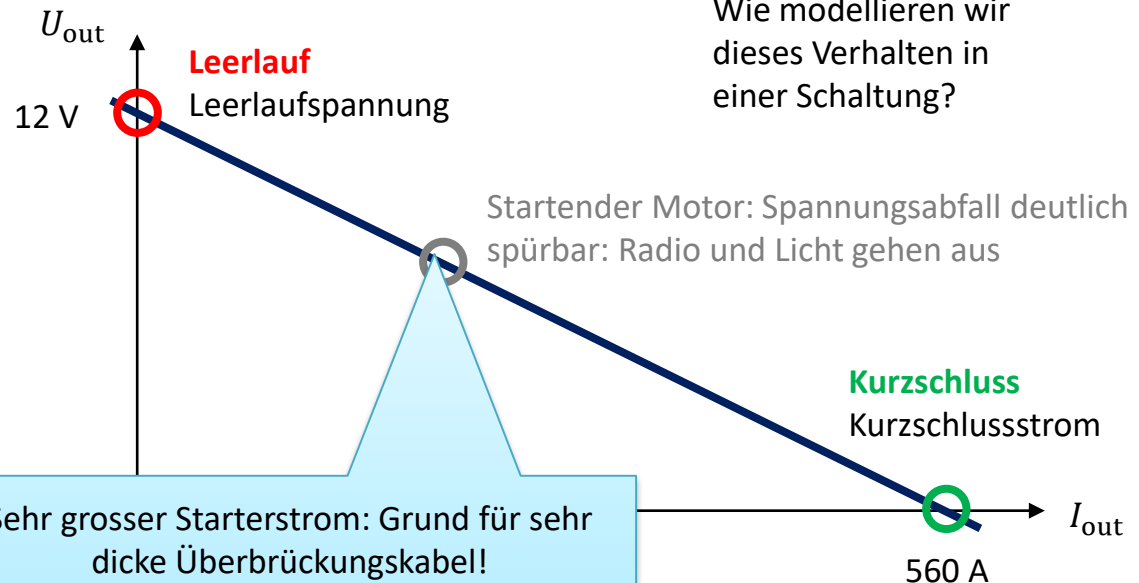


Autobatterie
12 V, 560 A
60 Ah

Beispiel: Autobatterie



12 V, 560 A, 60 Ah

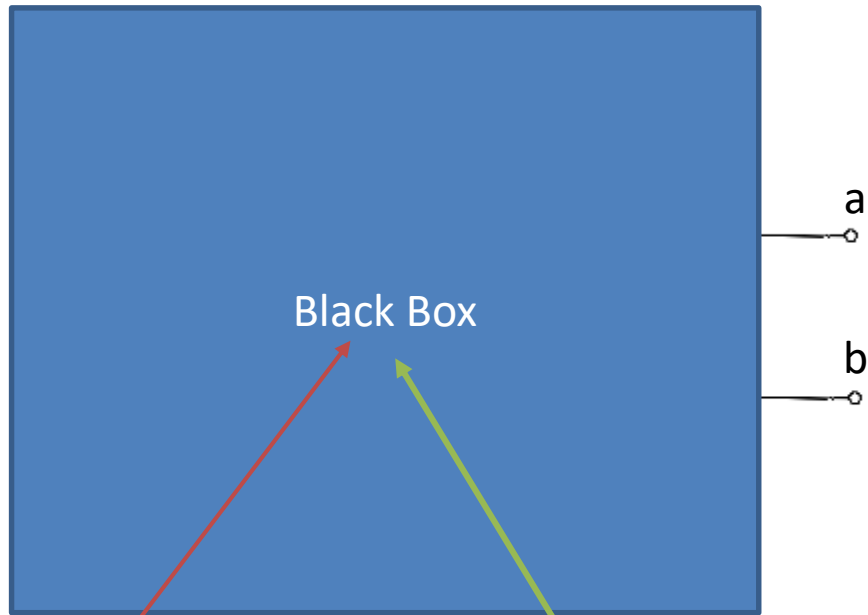


Sehr grosser Starterstrom: Grund für sehr dicke Überbrückungskabel!

$$P_V = R \cdot I^2$$

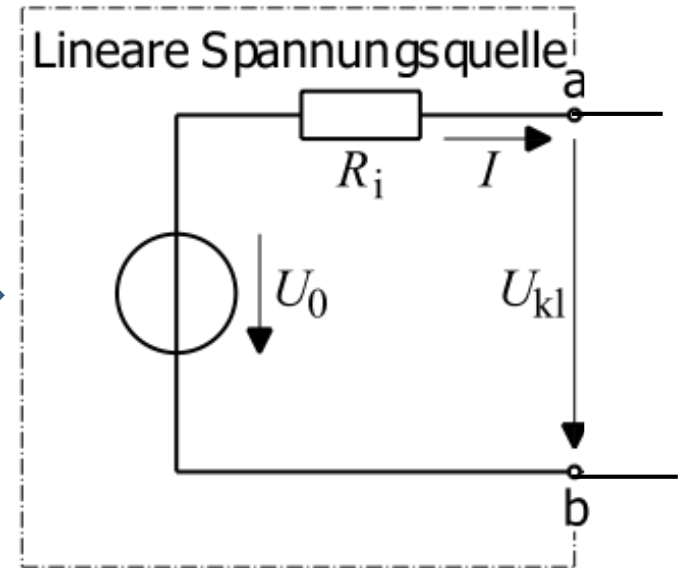
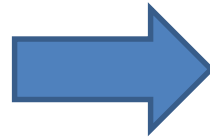
Grosser Kabelquerschnitt → grössere Wärmeabgabe an Luft, kleinerer Widerstand

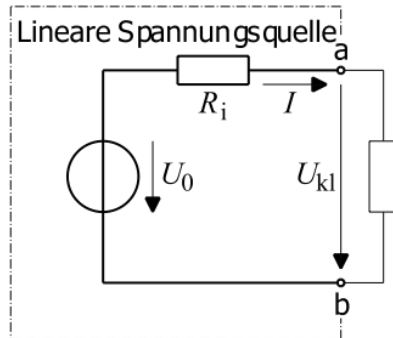
Wie modellieren wir dieses Verhalten in einer Schaltung?



Kurzschlussstrom

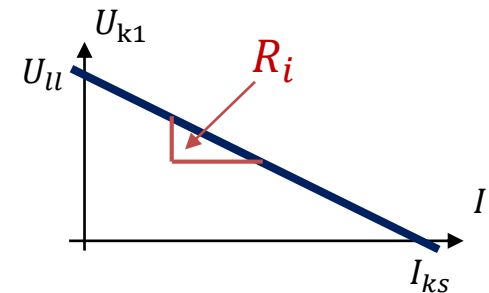
Leerlaufspannung





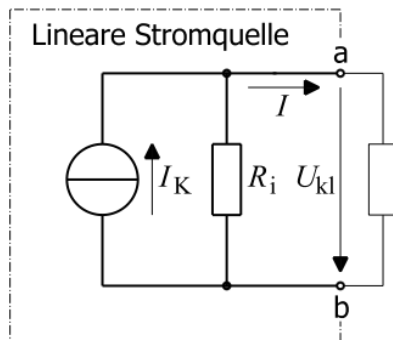
Modell:

- Interne Spannungs- bzw. Stromquelle
- Interner Widerstand



Charakterisierung:

- Kurzschlussstrom und Leerlaufspannung
- Innenwiderstand und Quellenstärke



Beide Ersatzschaltbilder verhalten sich von aussen gesehen **identisch**! Sie haben das selbe *Klemmenverhalten*.

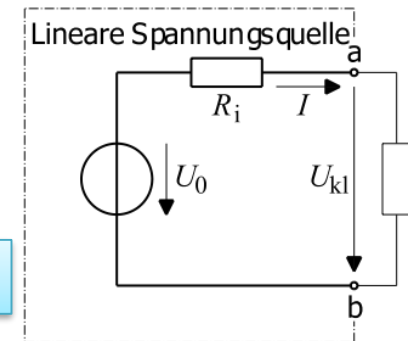
Theorem von Thévenin und Norton

Jedes beliebige Netzwerk, welches nur aus ohmschen Widerständen und idealen Spannungs- und/oder Stromquellen besteht, lässt sich sowohl als Thévenin- wie auch als Norton-Äquivalent darstellen.

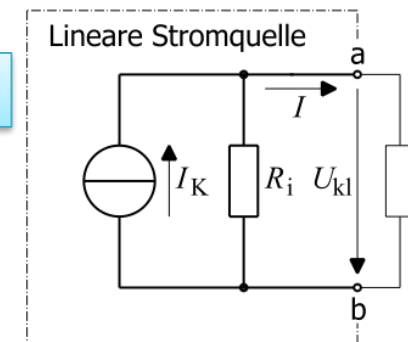
Norton- und Thévenin-Äquivalent lassen sich jederzeit ineinander umformen.

→ Mehr dazu in Serie 4

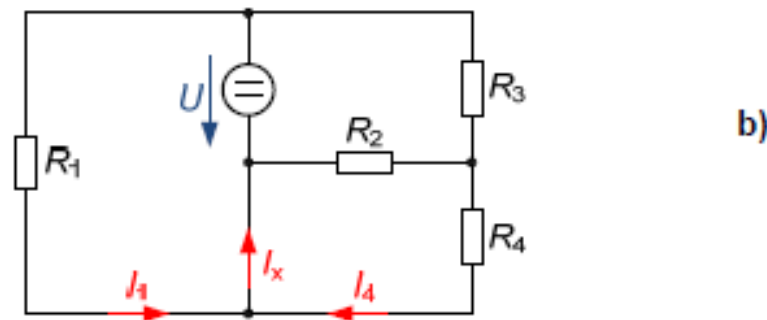
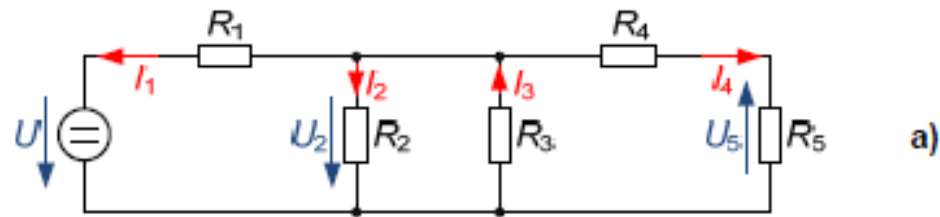
Thévenin-Äquivalent



Norton-Äquivalent



Aufgabe 1



- a) Das Widerstandsnetzwerk $R_1=30\Omega$, $R_2=50\Omega$, $R_3=40\Omega$, $R_4=50\Omega$ und $R_5=10\Omega$ liegt an der Spannung $U=24\text{V}$. Berechnen Sie die Ströme I_1 bis I_4 , sowie die Spannungen U_2 und U_5 (Fig.3a)).
- b) Die Schaltung enthält die Widerstände $R_1=90\Omega$, $R_2=50\Omega$, $R_3=40\Omega$ und $R_4=60\Omega$ und die Spannungsquelle $U=48\text{V}$ (Fig.3b)). Bestimmen Sie den Zweigstrom I_x .

Beispielaufgabe 2

An einer Batterie haben wir folgende Messungen gemacht: Leerlaufspannung $U_0 = 9 \text{ V}$, Spannung und Strom bei angeschlossener Glühlampe: $U_1 = 6 \text{ V}$, $I_1 = 500 \text{ mA}$. Wie gross ist der Innenwiderstand R_i der Batterie, wie gross der Widerstand R_L der Glühlampe?

Wie muss der Widerstand R_L^* sein, um die Glühlampe so hell wie möglich leuchten zu lassen?

Elektrotechnik I, D-MAVT, 4. Semester

Übung 2

Spannungs-/Stromteiler, Reale Spannungsquellen

Aufgabe 1 Online Multiple Choice Fragen

Beantworten Sie die Aufgaben Serie "Übung 02 - Multiple Choice Fragen". Diese finden Sie im ET1-Moodle.

Aufgabe 2 Spannungs- und Stromteiler

Teil 2A Spannungsteiler

Eine Autobatterie muss überbrückt werden (siehe Abbildung 1). Um einen kritischen Ladezustand beider Batterien zu vermeiden, wird der Motor des Autos vor dem Verbinden der beiden Batterien gestartet, wodurch die Lichtmaschine die Autobatterie lädt. Dadurch steigt die Spannung über der Autobatterie auf $U_1 = 14.5\text{ V}$, während die andere Batterie zu Beginn nur eine Spannung von $U_2 = 10\text{ V}$ aufweist. Es wird angenommen, dass die Kabelquerschnitte genügend gross sind und die Innenwiderstände der Batterien U_1 und U_2 $R_1 = 12\text{ m}\Omega$ bzw. $R_2 = 17\text{ m}\Omega$ betragen. Nun soll der Überbrückungsstrom mit einem normalen Multimeter und einem Shunt-Widerstand (niederohmiger Widerstand zur Messung von Strömen) R_S von $1\text{ m}\Omega$ gemessen werden.

- Welcher Strom I_1 fliesst beim Schliessen des Stromkreises?
- Welche Spannung U_S fällt über R_S ab?
- Welche Wärmeleistung entsteht in R_S ? Reicht dazu ein Standardwiderstand mit einer maximal tolerierbaren Wärmeentwicklung von 0.5 W aus oder wird ein Leistungswiderstand benötigt?

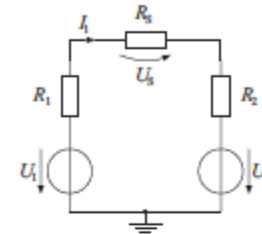


Abbildung 1: Schaltungschema beim Schliessen des Stromkreises

Teil 2B Stromteiler

In der Schaltung von Abbildung 2 soll der Strom I_2 berechnet werden. Die Stromquelle I_1 liefert 9 A und die Widerstandswerte sind wie folgt definiert: $R_1 = 120\ \Omega$, $R_2 = 0\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$, $R_4 = 100\ \Omega$, $R_5 = 400\ \Omega$, $R_6 = 110\ \Omega$.

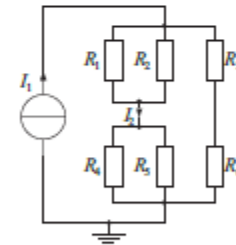


Abbildung 2: Stromteiler

Hinweis:

- Die Serieschaltung von R_3 und R_6 kann zu einem äquivalenten Widerstand zusammengefasst werden.
- Die Parallelschaltungen von R_1 und R_2 sowie von R_4 und R_5 können je zu einem äquivalenten Widerstand zusammengefasst werden.

Aufgabe 3 R-2R-Leiter (Zusatzaufgabe)

Gegeben ist eine sogenannte R-2R-Leiter (siehe Abbildung 3). Diese Schaltung wird vor allem in Digital-Analog-Wandlern häufig eingesetzt. Die Variante hier ist allerdings unendlich lang.

- a.) Bestimmen Sie den Strom I in Abhängigkeit von U und R .

Hinweis: Alle Widerstände zusammenfassen und dabei von der rechten Seite her beginnen. Es ergibt sich ein einfacher Ausdruck.

- b.) Berechnen Sie die Ströme I_1 , I_2 und I_3 .

Hinweis: Stromteiler-Formel verwenden.

- c.) Verallgemeinern Sie das Ergebnis für I_N bei der N-ten Verzweigung.

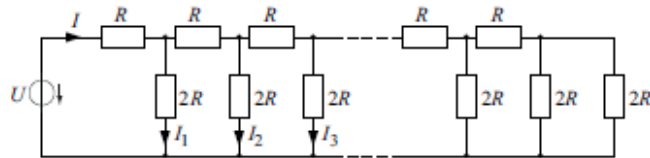


Abbildung 3: Der R-2R-Leiter (Aufgabe 3)

Aufgabe 4 Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen (Zusatzaufgabe)

Berechnen Sie bei den Netzwerken in Abbildung 4 alle Größen mit einem Fragezeichen. Verwenden Sie bei dieser Aufgabe die Gleichungen für die Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen, sowie die Gleichungen für Strom- und Spannungsteiler.

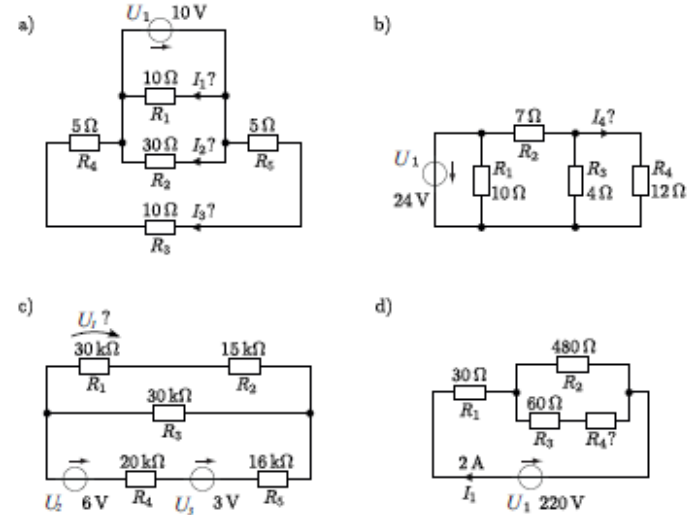


Abbildung 4: Diverse Reihen- und Parallelschaltungen (Aufgabe 4)

Aufgabe 5 Spannungsquellen mit Innenwiderstand

Teil 5A

Alle realen Spannungsquellen, die uns zur Verfügung stehen (z.B. Batterien, Labornetzteile etc.), weichen von dem idealen Schaltungselement ab. Am auffälligsten ist die Tatsache, dass reale Spannungsquellen nicht in der Lage sind, eine konstante Spannung an alle Lasten abzugeben: Je grösser der fliessende Strom ist, desto geringer ist die Spannung. Im Schaltbild der Spannungsquelle wird das mit einem Widerstand, dem sogenannten Innenwiderstand der Quelle, berücksichtigt. Abbildung 5 zeigt das Ersatzschaltbild einer Autobatterie. Der Innenwiderstand R_i beträgt 0.045Ω .

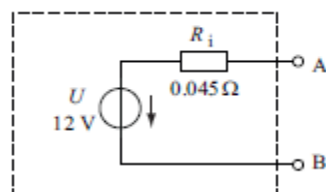


Abbildung 5: Ersatzschaltbild einer Autobatterie

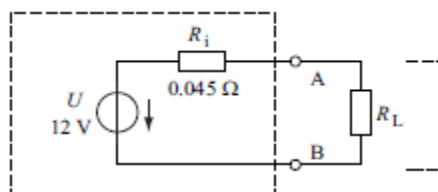


Abbildung 6: Autobatterie mit Last R_L und Kurzschluss

a.) Wie gross ist die Leerlaufspannung U_0 der Autobatterie?

Hinweis:

- Wenn durch einen Widerstand (hier: R_i) kein Strom fliesst, kann auch keine Spannung darüber abfallen.

b.) An die Batterie wird ein Verbraucher (z.B. das Rücklicht eines Autos) geschaltet (siehe Abbildung 6). $R_L = 5 \Omega$. Wie gross ist der Strom I_L , der durch R_L fliesst? Welche Spannung U_L fällt über R_L ab? Welche Leistung wird in R_L umgesetzt?

Hinweise:

- Durch R_L und R_i fliesst der gleiche Strom.
- Es entsteht ein Spannungsteiler.

c.) Die Batterie wird kurzgeschlossen (siehe gestrichelte Linie in Abbildung 6). Welche Spannung wird über den Klemmen gemessen? Welcher Strom fliesst im Kurzschlussfall? Wie gross ist die Leistung, die dabei im Widerstand R_i in Wärme umgewandelt wird?

Hinweise:

- Über einem Kurzschluss kann keine Spannung abfallen.

- Die ganze Spannung fällt also über R_i ab.
- $P = RI^2$

d.) Jede Stromquelle kann durch ihre Spannungs-Stromkennlinie charakterisiert werden. Dabei wird die Spannung aufgezeichnet, die sich bei unterschiedlichen Strömen einstellt. Ein Beispiel einer solchen Kennlinie finden Sie in Abbildung 7. Zeichnen Sie diese Kennlinie für die Autobatterie. Tragen Sie auch die drei oben berechneten Lastpunkte (Leerlauf, Belastung mit R_L und Kurzschluss) in der Kennlinie ein.

Teil 5B (Zusatzaufgabe)

Abbildung 7 zeigt die Kennlinie eines 6 V-Akkus. Auf der x-Achse ist der Strom durch einen (variablen) Lastwiderstand aufgetragen. Die y-Achse zeigt die sich dabei einstellende Spannung.

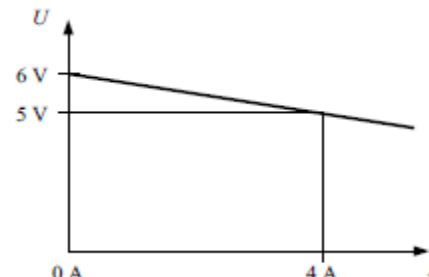


Abbildung 7: Kennlinie des 6 V-Akkus

a.) Wie gross ist die Leerlaufspannung U_0 des Akkus?

Hinweis:

- Überlegen Sie sich, welcher Strom bei einem Leerlauf fliesst.

b.) Wie gross ist der Innenwiderstand R_i ? Welcher Kurzschlussstrom I_K stellt sich ein?

Hinweise:

- Bei einem Strom von 4 A fällt eine Spannung von 1 V über R_i ab. Wie gross ist R_i ?
- Falls über dieses R_i 6 V abfallen, welcher Strom fliesst dann?

c.) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Akkus.