Aufgabe 2 Ringkernübertrager 2

a.) Mit der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ im Ringkern $\vec{H} = \vec{e}_\varphi H_\varphi(\rho)$ ergibt die Auswertung des Durchflutungsgesetzes

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi} H_\varphi(\rho) \underbrace{\vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_\varphi}_{=1} \rho d\varphi = 2\pi\rho H_\varphi(\rho) = \Theta = N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)$$

$$\vec{H} = \vec{e}_\varphi \, \frac{N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)}{2\pi\rho}$$

Eine Unterscheidung in die Teilräume 1 und 2 ist bei der Feldstärke nicht erforderlich.

b.) Mit den unterschiedlichen Permeabilitäten folgt für die Flussdichten

$$\vec{B}_1 = \mu_1 \vec{H}_1 = \vec{e}_\varphi \, \mu_1 \, \frac{N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)}{2\pi\rho}$$
$$\vec{B}_2 = \mu_2 \vec{H}_2 = \vec{e}_\varphi \, \mu_2 \, \frac{N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)}{2\pi\rho}$$

c.) Zur Berechnung des magnetischen Flusses wird die Flussdichte über die Fläche integriert:

$$\Phi_1 = \iint_{A_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = \int_{z=0}^{d} \int_{\rho=a}^{b} \mu_1 \frac{N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)}{2\pi\rho} \underbrace{\vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_\varphi}_{=1} d\rho dz$$
$$= \mu_1 \frac{N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)}{2\pi} d \int_a^b \frac{1}{\rho} d\rho = \mu_1 \frac{N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)}{2\pi} d \, ln \frac{b}{a}$$

Analog:

$$\Phi_2 = \mu_2 \frac{N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)}{2\pi} d \, ln \frac{c}{b}$$

d.) Zur Berechnung der induzierten Spannungen wird der Gesamtfluss im Kern benötigt:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

Die induzierten Spannungen ergeben sich aus der zeitlichen Ableitung des Flusses, multipliziert mit der jeweiligen Windungszahl:

$$u_1(t) = N_1 \frac{d\Phi}{dt} = N_1 \frac{d}{2\pi} \left(\mu_1 \, ln \frac{b}{a} + \mu_2 \, ln \frac{c}{b} \right) \left(N_1 \frac{di_1(t)}{dt} + N_2 \frac{di_2(t)}{dt} \right)$$
$$= \underbrace{{N_1}^2 \frac{d}{2\pi} \left(\mu_1 \, ln \frac{b}{a} + \mu_2 \, ln \frac{c}{b} \right)}_{L_{11}} \frac{di_1(t)}{dt} + \underbrace{N_1 N_2 \frac{d}{2\pi} \left(\mu_1 \, ln \frac{b}{a} + \mu_2 \, ln \frac{c}{b} \right)}_{M} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = \underbrace{N_1 N_2 \frac{d}{2\pi} \left(\mu_1 \, ln \frac{b}{a} + \mu_2 \, ln \frac{c}{b} \right)}_{M} \frac{di_1(t)}{dt} + \underbrace{{N_2}^2 \frac{d}{2\pi} \left(\mu_1 \, ln \frac{b}{a} + \mu_2 \, ln \frac{c}{b} \right)}_{L_{22}} \frac{di_2(t)}{dt}$$

e.) Der A_L-Wert des Kern beträgt

$$A_L = \frac{L_{11}}{{N_1}^2} = \frac{L_{22}}{{N_2}^2} = \frac{d}{2\pi} \left(\mu_1 \, ln \frac{b}{a} + \mu_2 \, ln \frac{c}{b} \right)$$