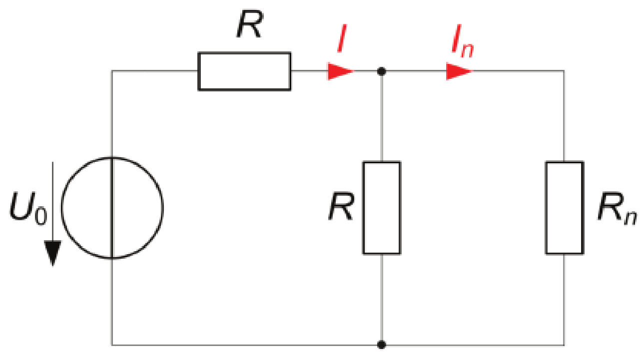
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

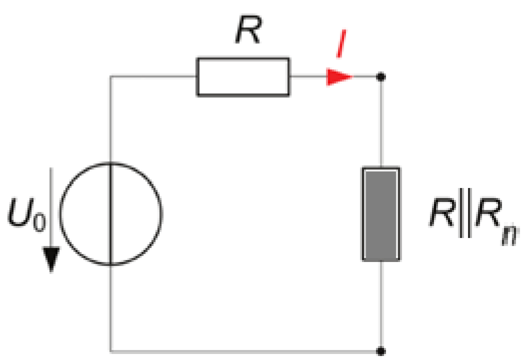
# Elektrotechnik I

## Übung 4
## Superpositionsprinzip, Thévenin & Norton Äquivalent

## Für welchen Wert $R_n$ ist die Leistung über $R_n$ maximal?




## Falscher Ansatz:



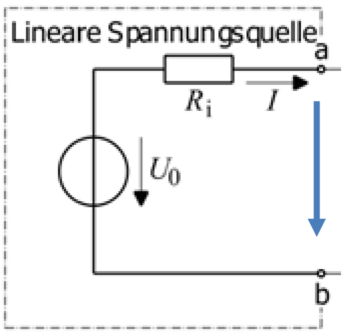

$$(R||R_n) = R$$
$$\rightarrow R_n = \infty$$
$$\rightarrow \boldsymbol{I_n = 0}$$

Wenn wir beide Widerstände zusammen nehmen, maximieren wir nicht die Leistung über $R_n$ sondern die Leistung über beiden Widerständen.

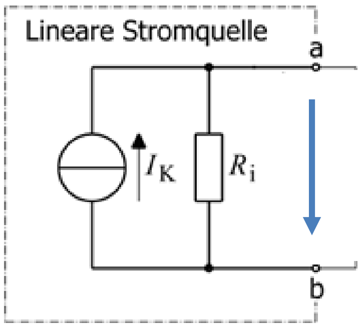
Hier: $R_n \rightarrow \infty \Rightarrow P_{R_n} \rightarrow 0$

## Je 2 der Folgenden Informationen reichen um eine Quelle zu beschreiben:

### 1) Leerlaufspannung

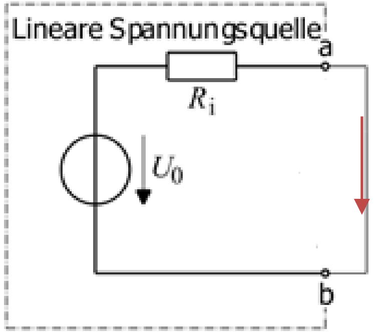



$U_{LL} = U_0$

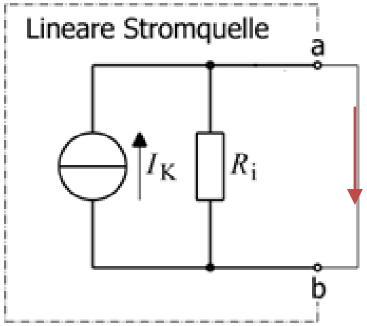



$U_{LL} = I_K \cdot R_I$

### 2) Kurzschlussstrom

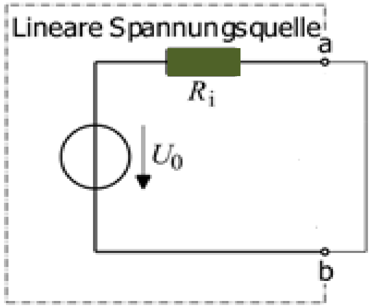


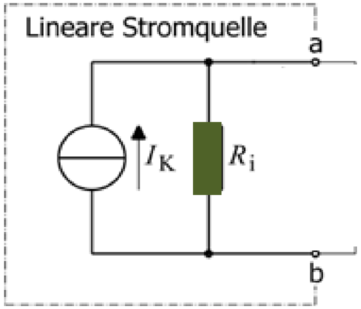

$I_{KS} = \frac{U_0}{R_i}$



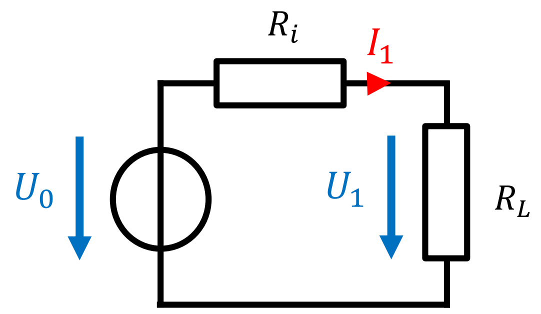

$I_{KS} = I_K$

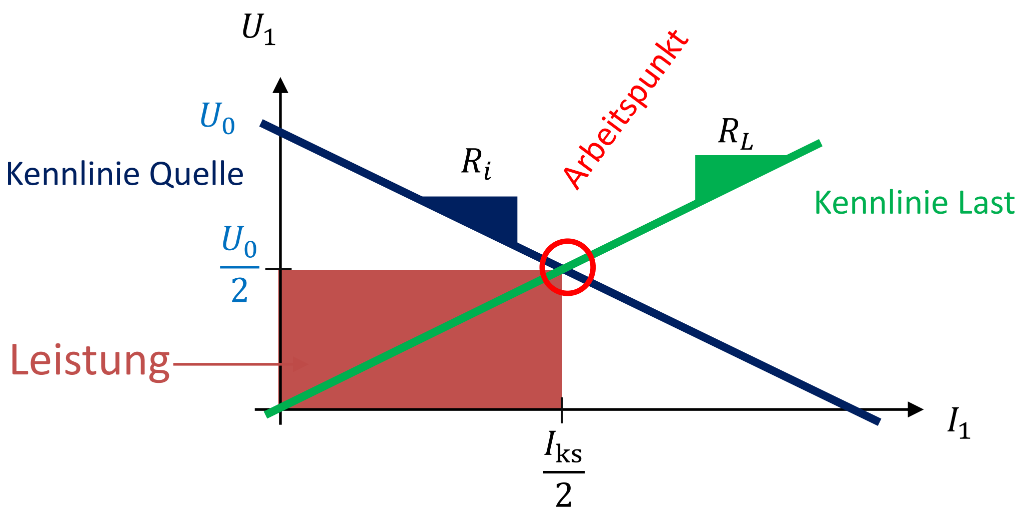
### 3) Innenwiderstand



## Recap: Reale Quellen



# Recap: Leistung

- Leistung : $\boldsymbol{P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R}$

- Maximale Leistung falls Last = Innenwiderstand

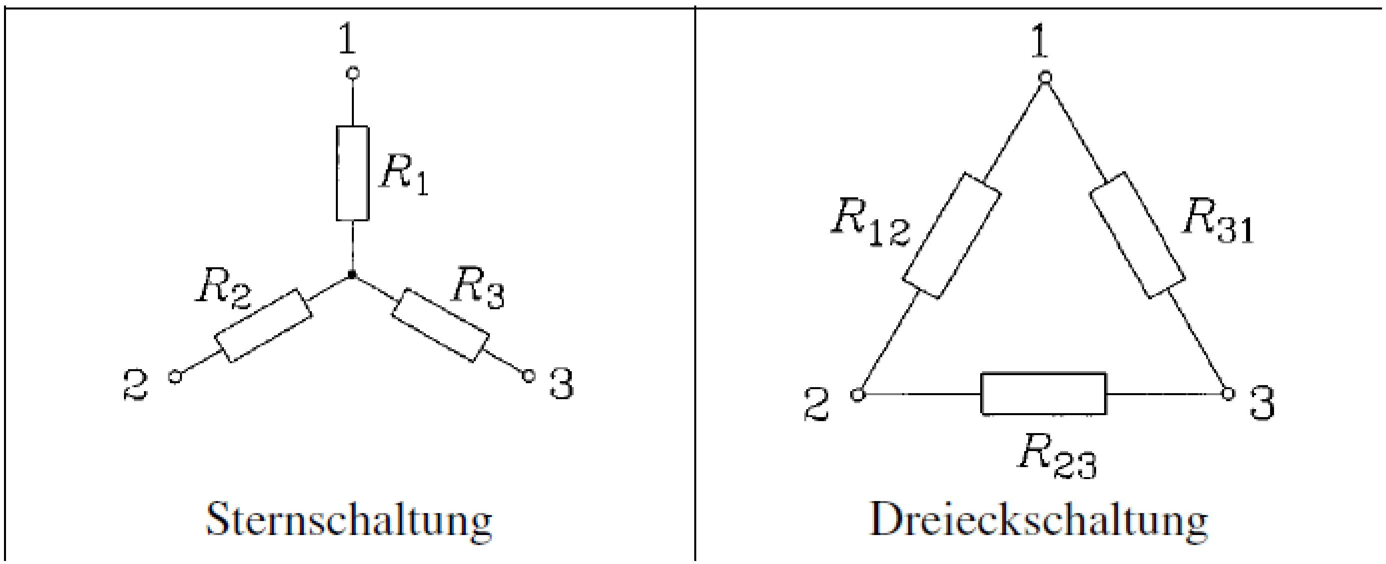
$$\boxed{\boldsymbol{R_L = R_I}}$$

- **Falls Lastwiderstand und Innenwiderstand nicht in Serie:**

  a) Lastwiderstand entfernen und Schaltung umformen

  b) Gleichung für die Leistung aufstellen und nach $\boldsymbol{R_L}$ ableiten.

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{\partial P}{\partial R_L} = 0 \rightarrow R_L = ?}}$$



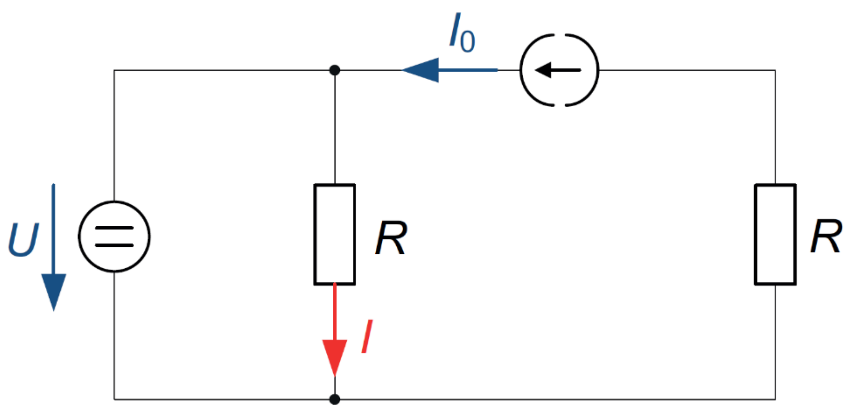

**Symmetrischer Fall**:

Stern -> Dreieck: $R_{xy} = 3 \cdot R_x$

Dreieck -> Stern: $R_x = \frac{1}{3} \cdot R_x$

# Superpositionsprinzip

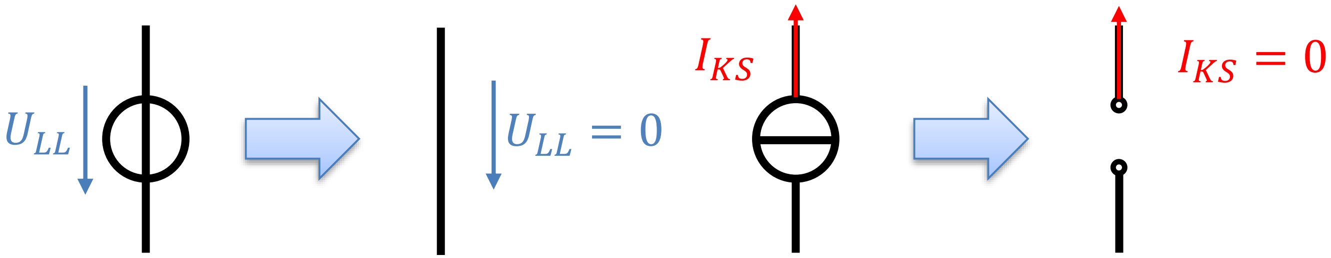
**Verfahren zur Analyse von linearen Netzwerken mit mehreren Quellen**




- Die Effekte der Quellen überlagern sich
- Widerstände (wie auch Kapazitäten und Induktivitäten) sind lineare Bauteile, denn
$$U = R \cdot I$$
- Wir können also den Effekt jeder Quelle einzeln betrachten und die Lösungen addieren (Linearität!)
- Dafür müssen wir Quellen «ausschalten»…

# Quellen ausschalten

Um das Superpositionsprinzip anzuwenden, wollen wir oft nur eine einzige Quelle im Netzwerk betrachten. Wir müssen die übrigen Quellen also nach folgender Regel «ausschalten»:




Spannungsquelle wird Kurzschluss

- Keine Spannung mehr
- Strom beliebig

Stromquelle wird Unterbruch

- Kein Strom mehr
- Spannung beliebig

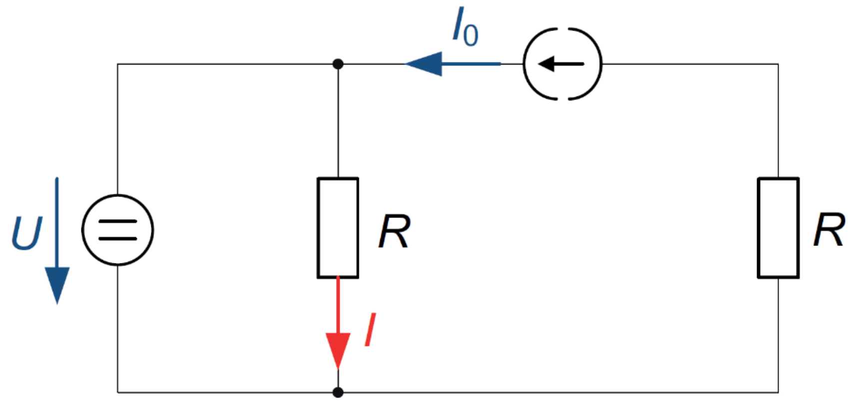
# Superpositionsprinzip Rezept

1. Betrachte nur eine Quelle, alle anderen Quellen werden **ausgeschaltet**
2. Berechne die gesuchten Spannungen/Ströme für die aktive Quelle
3. Wiederhole das Vorgehen für **alle weiteren Quellen** im Netzwerk
4. Addiere alle Teillösungen auf und erhalte dadurch die Gesamtlösung.

$$I_{ges} = \sum_{k=0}^{n} I_n(Q_n)$$

**Wichtig: Funktioniert nur bei linearen Netzwerken, also nicht wenn das Netzwerk zB. Dioden, Transistoren, … enthält**

Superposition funktioniert NICHT für Leistungen, denn dort ist auch Linearität nicht gegeben ($P = U \cdot I$)

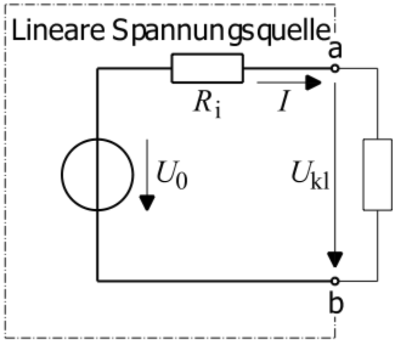


# Theorem von Thévenin und Norton

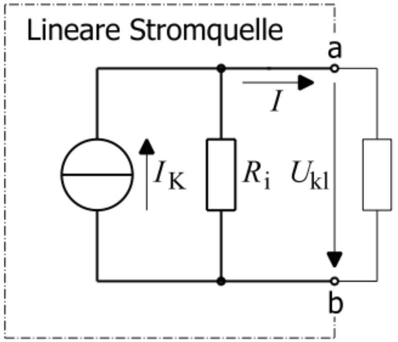
**Theorem:**
Jedes beliebige **Netzwerk**, welches nur aus ohmschen Widerständen und idealen Spannungs- und/oder Stromquellen besteht, lässt sich sowohl als Thévenin- wie auch als Norton-Äquivalent darstellen.

Norton- und Thévenin-Äquivalent lassen sich jederzeit ineinander Umformen.

Thévenin-Äquivalent



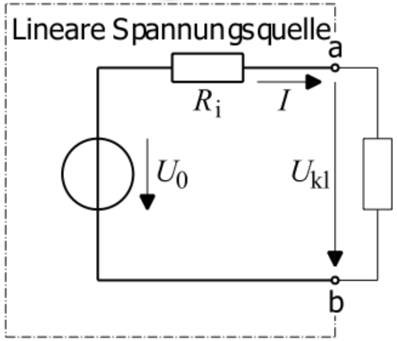

Norton-Äquivalent



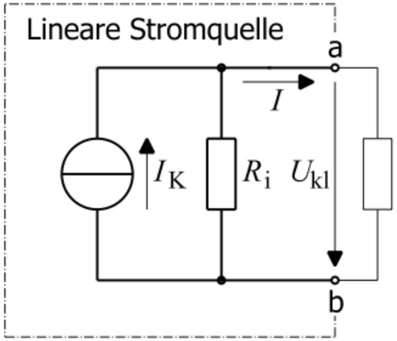

Beide Ersatzschaltbilder verhalten sich von aussen gesehen **identisch**! Sie haben das selbe *Klemmenverhalten*.

# Theorem von Thévenin und Norton : Spannung zu Stromquelle

Innenwiderstand ist **Seriell**




Innenwiderstand ist **Parallel**




- Beide Schaltungen haben den gleichen Innenwiderstand.
- Zusammenhang zwischen $U_0$ und $I_K$

$$I_K = \frac{U_0}{R_i} \quad \longleftrightarrow \quad U_0 = I_k \cdot R_i$$

# Thévenin und Norton Äquivalent Rezept

**Berechne folgende Grössen im gegebenen Netzwerk. Dabei muss möglicherweise das Superpositionsprinzip angewandt werden.**

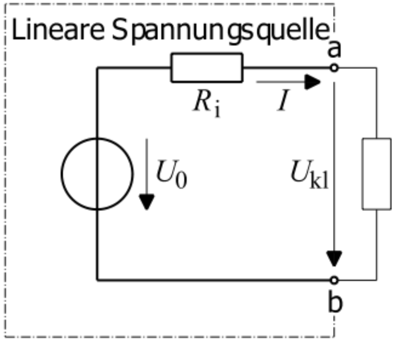
**Gesamtwiderstand & Leerlaufspannung**

***oder***

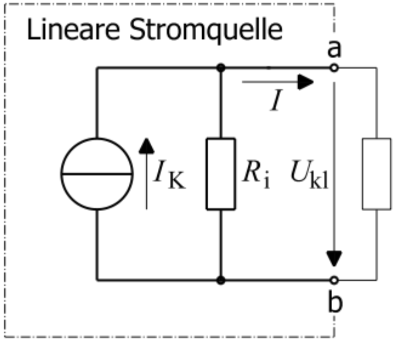
**Gesamtwiderstand & Kurzschlussstrom**

**Damit kann direkt das Äquivalent gezeichnet werden. Die Innenwiderstände sind dabei bei beiden Schaltungen dieselben (da die Kennlinie dieselbe Steigung haben muss!)**

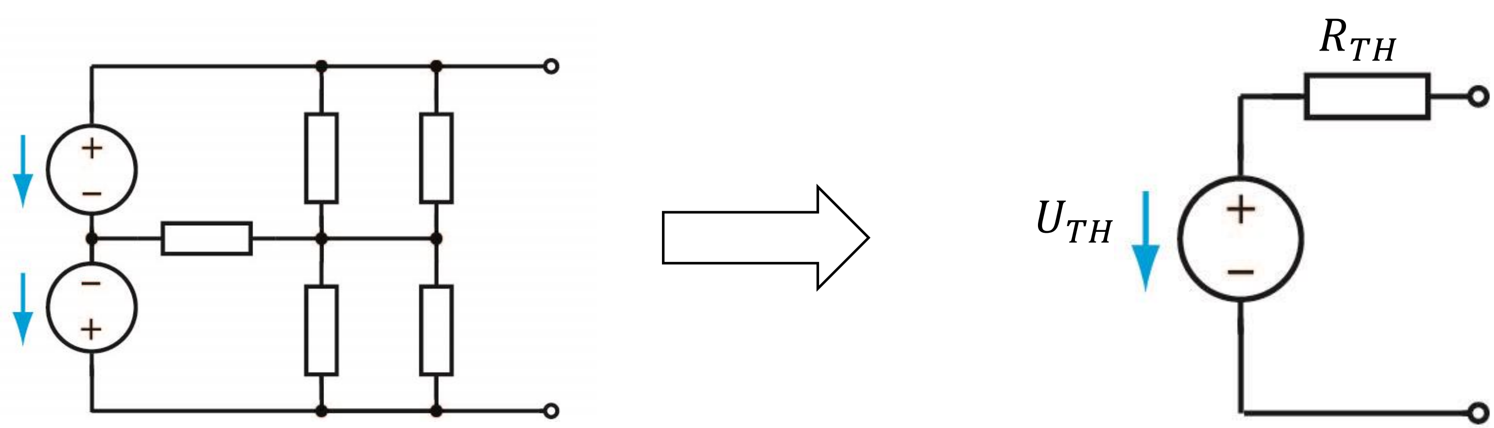
Thévenin-Äquivalent



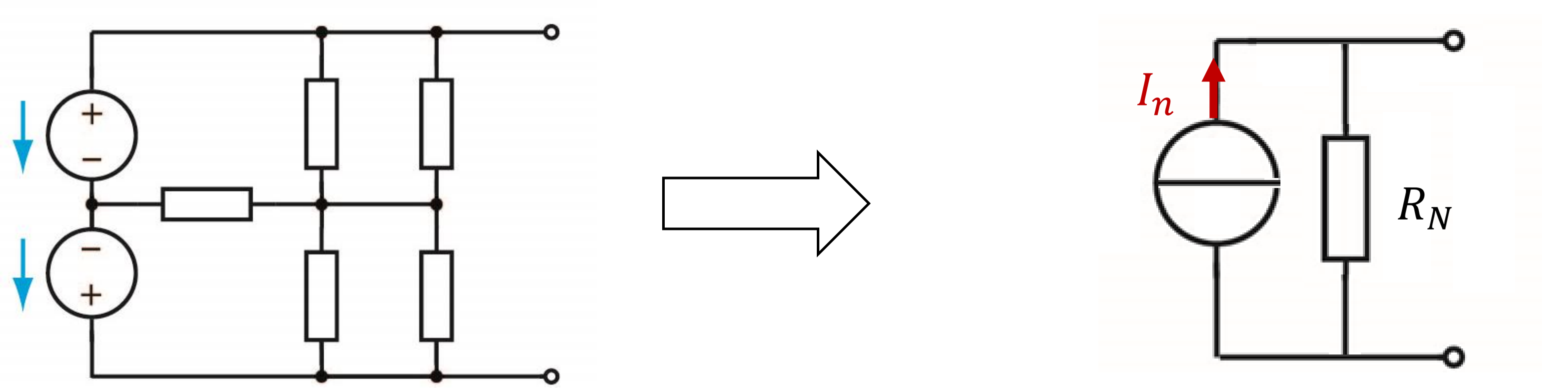

Norton-Äquivalent



- **Gegeben:**
  - Schaltung mit zwei Ausgangsklemmen
- **Ziel:**
  - Schaltung die gleiches Klemmenverhalten (Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom) aufweist, aber nur aus einer **Spannungsquelle** und einem in **Serie** zu den Klemmen liegenden Widerstand besteht.



- **Gegeben:**
  - Schaltung mit zwei Ausgangsklemmen
- **Ziel:**
  - Schaltung die gleiches Klemmenverhalten (Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom) aufweist, aber nur aus einer **Stromquelle** und einem **parallel** zu den Klemmen liegenden Widerstand besteht.



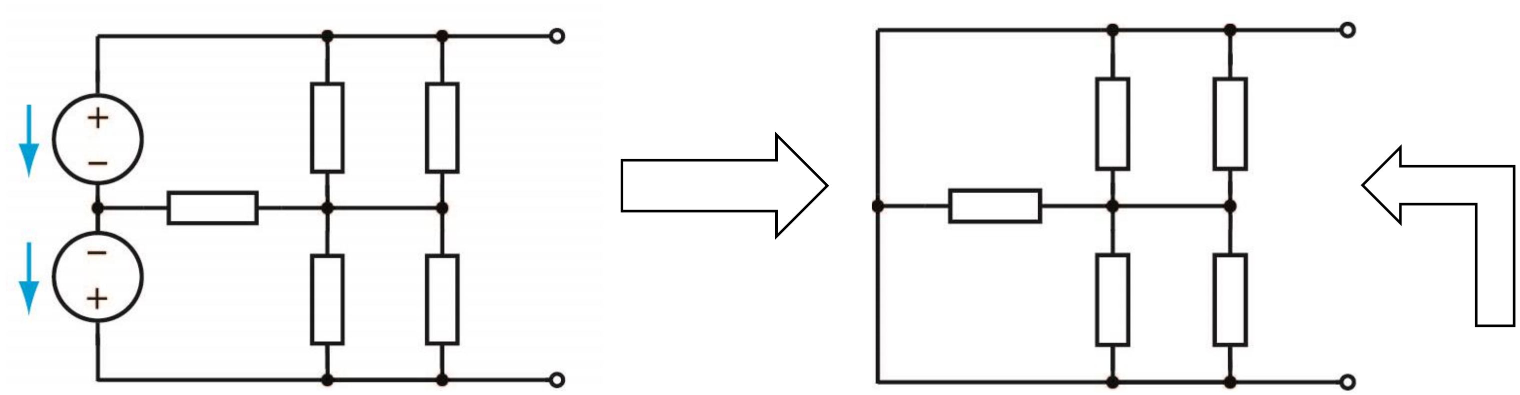
- **Vorgehen:**

  1) Leerlaufspannung mittels Superpositionsprinzip bestimmen ($= U_{TH}$) oder Kurzschlussstrom mittel Superposition bestimmen (=$I_N$)

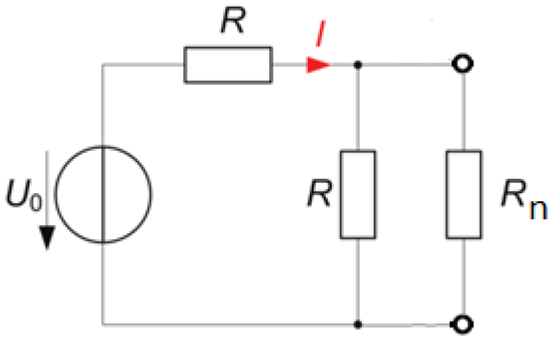
  2) Kurzschlussstrom/Leerlaufspannung durch die Klemmen bestimmen (ggf. mit Superposition) und mit der Ohm'schen-Gesetz das $R_{th} = R_n$ bestimmen ($\frac{U_{TH}}{I_K} = R_{TH}$)

  ***Oder***

  alle Quellen zu Null setzen und den Ersatzwiderstand den ich durch meine Klemmen sehe bestimmen, dieser entspricht $R_{TH}$



$R_{TH} = R_N$




Ziel: Thévenin Äquivalente Darstellung dieses Netzwerks

1) Berechne Innenwiderstand
2) Berechne Leerlaufspannung

# Aufgabe 2)

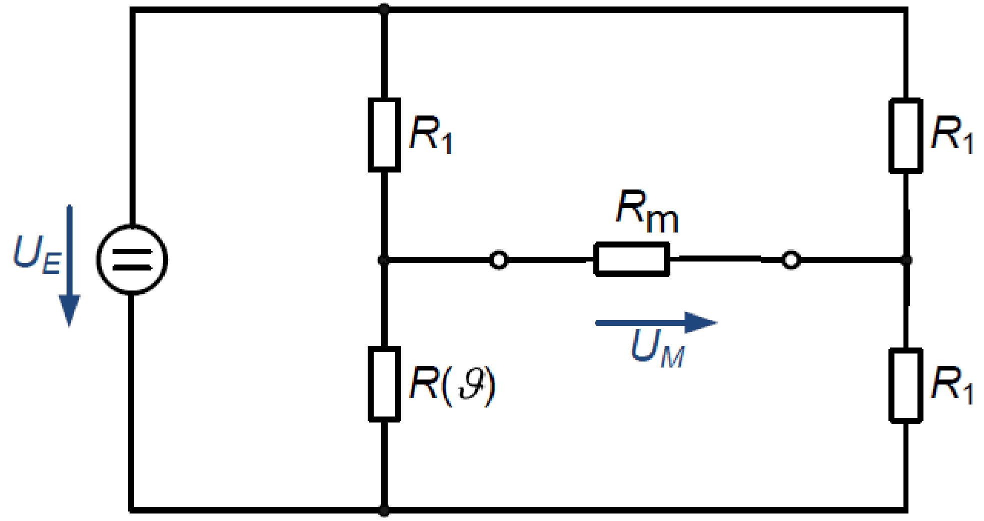
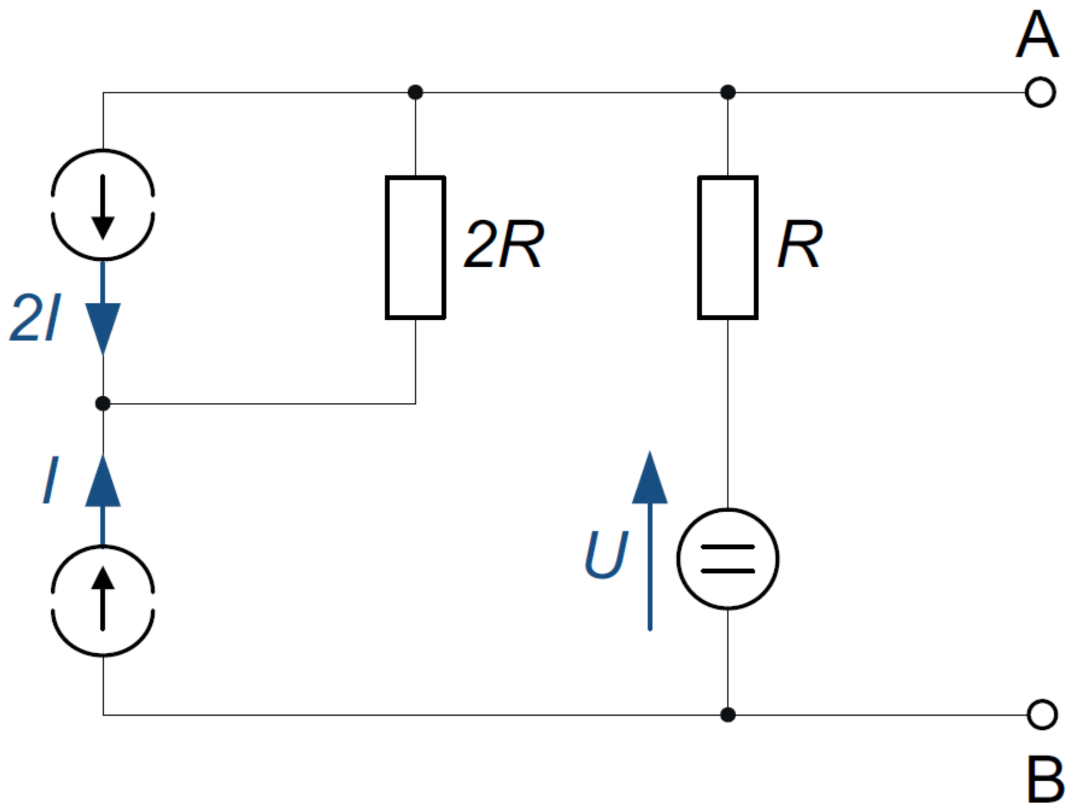



**Fig.2:** Brückenschaltung zur Temperaturmessung

1) Zeichne eine Thévenin-äquivalente Schaltung mit $R_m$ als Lastwiderstand
2) Wie gross ist die Messspannung $U_M$ bei einer Temperatur von 30 °$C$ gegeben:

$$U_E = 4V$$
$$R_1 = 1k\Omega,$$
$$\mathrm{R_m} = 1\mathrm{M\Omega},$$
$$R(\vartheta) = 1\mathrm{k\Omega}\ @\ 20°\mathrm{C}\ \alpha = 100 \cdot K^{-1}$$

Bestimme Leerlaufspannung, Kurzschlussstrom und Innenwiderstand bezüglich der Klemmen A und B




(a)