

Lösung zur Teilaufgabe 1:

Das Netzwerk besitzt $k = 4$ Knoten, die in Abb. 2 eingetragen sind. Die vier Knoten werden durch $z = 6$ Zweige verbunden. In einem Netzwerk gibt es normalerweise $2z = 12$ Unbekannte. Da allerdings in einem Zweig nur eine Quelle mit bekannter Spannung vorliegt, reduziert sich die Anzahl der Unbekannten um eine auf elf Unbekannte. Es müssen somit insgesamt elf Bestimmungsgleichungen aufgestellt werden. Mit den ohmschen Beziehungen können an den fünf Widerständen z. B. die Spannungen durch die Ströme ausgedrückt werden. Mit der dann bekannten Spannung an R_5 ist die Spannung in diesem Zweig insgesamt bekannt, da die Quellenspannung U_{q2} vorgegeben ist. Somit verbleiben dann noch insgesamt sechs Unbekannte. In dem vorliegenden Netzwerk können $k-1 = 3$ linear unabhängige Knotengleichungen aufgestellt werden, sodass weitere $m = z - (k-1) = 6 - 3 = 3$ Maschengleichungen benötigt werden.

Lösung zur Teilaufgabe 2:

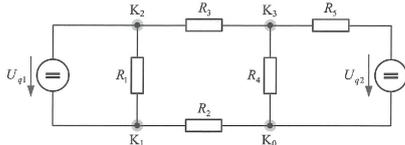


Abbildung 2: Widerstandsnetzwerk mit nummerierten Knoten

Lösung zur Teilaufgabe 3:

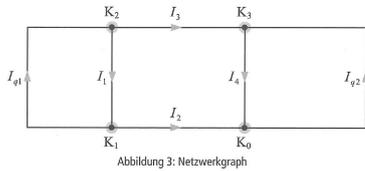


Abbildung 3: Netzwerkgraph

Lösung zur Teilaufgabe 4:

Von den vier möglichen Knotengleichungen sind jeweils drei linear unabhängig:

$$\begin{aligned} K_1: & -I_{q1} + I_1 - I_2 = 0 \\ K_2: & I_{q1} - I_1 - I_3 = 0 \\ K_3: & I_3 - I_4 + I_{q2} = 0. \end{aligned}$$

Mit Abb. 5 erhalten wir die folgenden Maschengleichungen:

$$\begin{aligned} M_1: & U_1 = U_{q1} \\ M_2: & U_4 + U_5 = U_{q2} \\ M_3: & U_2 - U_3 + U_5 = -U_{q1} + U_{q2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Mit den ohmschen Beziehungen an den Widerständen werden die Spannungen durch die Ströme ersetzt:

$$\begin{aligned} M_1: & R_1 I_1 = U_{q1} \\ M_2: & R_4 I_4 + R_5 I_5 = U_{q2} \\ M_3: & R_2 I_2 - R_3 I_3 + R_5 I_5 = -U_{q1} + U_{q2}. \end{aligned}$$

Lösung zur Teilaufgabe 6:

Bei diesem Verfahren werden nacheinander beliebige Maschenumläufe ausgewählt und die jeweilige Gleichung aufgestellt. Anschließend wird diese Masche an einem beliebigen Zweig aufgetrennt, der in den weiteren Maschen nicht mehr verwendet werden darf.

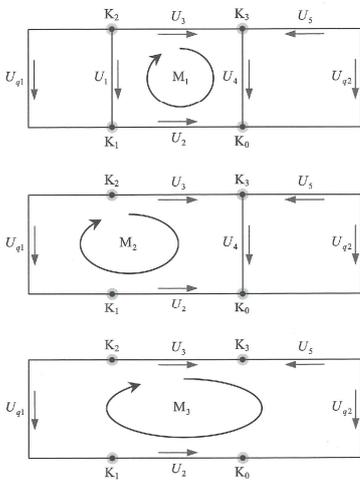


Abbildung 6: Auftrennung der Maschen

Lösung zur Teilaufgabe 5:

Beim Verfahren des vollständigen Baumes werden zunächst alle Netzwerkknotten so miteinander verbunden, dass keine geschlossene Masche entsteht.

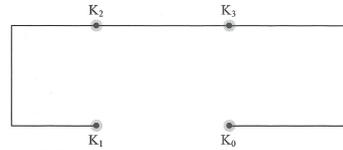


Abbildung 4: Beispiel für ein Netzwerk ohne geschlossene Masche

Die Anzahl der beim vollständigen Baum nicht enthaltenen Zweige entspricht genau der Anzahl der aufzustellenden Maschengleichungen. Stellen wir also die Maschengleichungen so auf, dass jeder Verbindungsweig in genau einer Masche enthalten ist, dann sind alle Maschengleichungen linear unabhängig.

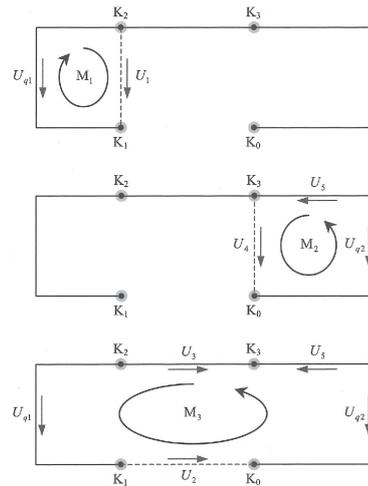


Abbildung 5: Netzwerk mit Verbindungsweigen

$$\begin{aligned} M_1: & -U_1 - U_2 + U_3 + U_4 = 0 \\ M_2: & -U_2 + U_3 + U_4 = U_{q1} \\ M_3: & -U_2 + U_3 - U_5 = U_{q1} - U_{q2} \end{aligned} \quad (2)$$

Bemerkung:

Die Gleichungssysteme (1) und (2) sind zwar unterschiedlich aufgebaut, die Auflösung der Gleichungen führt jedoch in allen Fällen auf die selben Ströme und Spannungen im Netzwerk.