Übung 3

Netzwerke und Schaltungen 1

Nachbesprechung

Bei einem Kugelkondensator aus zwei leitfähigen konzentrischen Kugelschalen sind die elektrischen Potentiale in verschiedenen Punkten zu bestimmen. Der Radius der inneren Kugelschale sei $r_\mathrm{i} = 1$ cm, der Radius der Äusseren $r_\mathrm{a} = 10$ cm: **Fig. 2.3a** zeigt einen Schnitt durch den Mittelpunkt des Kondensators mit den Abmessungen und den angelegten Spannungen. Das elektrische Feld und somit auch das Potential im Kugelkondensator ($r_\mathrm{i} < r < r_\mathrm{a}$) lässt sich durch eine Ersatzanordnung (siehe **Fig. 2.3b**) mit einer Punktladung Q im Mittelpunkt darstellen.

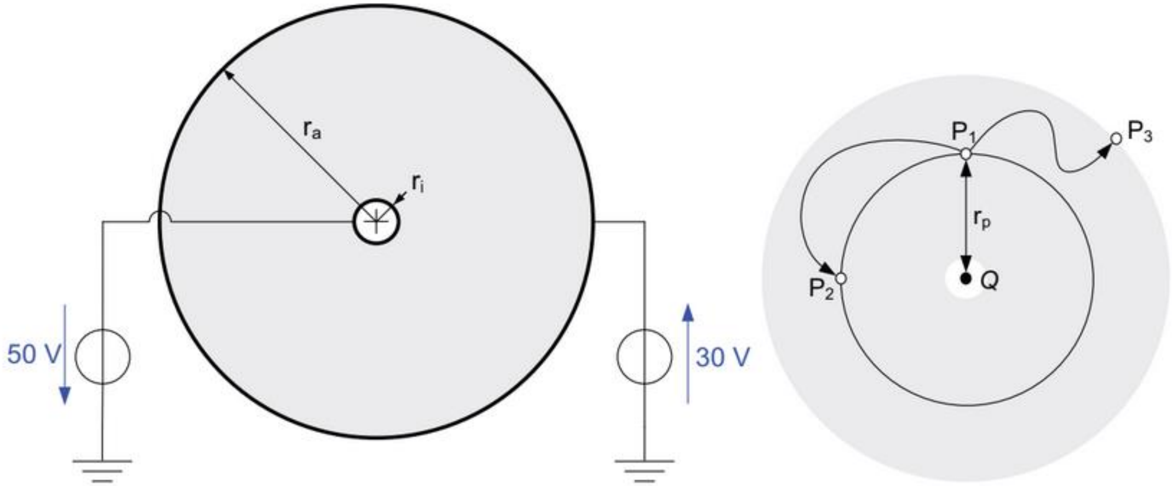


Figure 2.3: **a)** Kugelkondensator **b)** Ersatzanordnung mit Punktladung; Punkte P_1, P_2, P_3

a) Berechnen Sie den Betrag und das Vorzeichen der Punktladung Q so, dass die Ersatzanordnung gültig ist.

Im Folgenden seien die 3 Punkte P_1, P_2, P_3 im Kondensator gegeben. P_1 und P_2 liegen auf einem konzentrischen Kreis mit Radius r_p, P_3 liege auf dem äusseren Rand des Kondensators.

b) Berechnen Sie den Radius r_p, wenn das Potential von P_2 auf 0 V festgelegt wird. Welches Potential hat dann P_3? Was bedeutet das Vorzeichen des Potentials im Punkt P_3 hinsichtlich der aufzuwendenden Energie bei Verschiebung einer gegebenen Ladung vom Referenzpotential 0 V zum Potential im Punkt P_3?

Punkte zum mitnehmen

- Bei einem Idealen Leiter ist das innere Feld frei
  → Da sich Ladungen auf der Oberfläche ansammeln

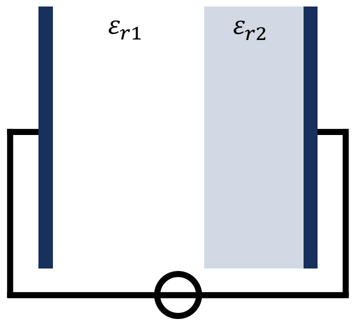
- Bringen wir 2 unterschiedliche Ladungen in eine Leitende Hülle,
  so wird das Feld nach Aussen abgeschirmt

- Arbeit > 0 → Ladung gewinnt an Energie. (Wird zum Bsp. Beschleunigt)

Theorie

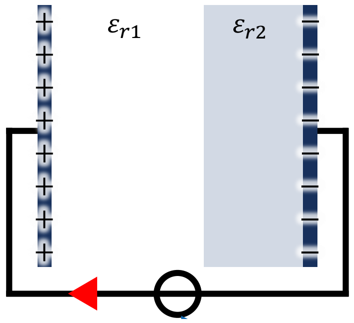
Herleitung der Felder im Kondensator

1



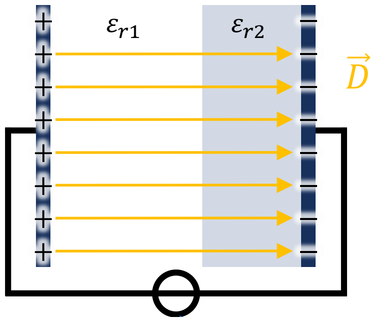
Kondensator ist entladen.
Keine Felder, keine Spannung,
keine Energie gespeichert.

2



Wir bringen eine Ladung -Q auf die rechte Platte.

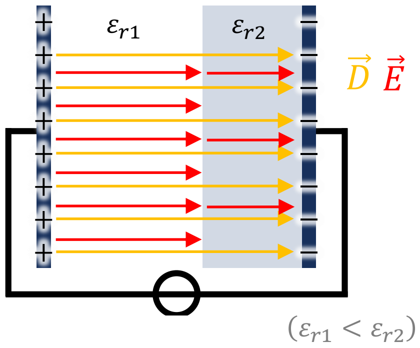
3



Durch die getrennten Ladungen entsteht eine elektrische Flussdichte D entsprechend dem Gesetz von Gauss

$$\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot \vec{n} \, dA = Q$$

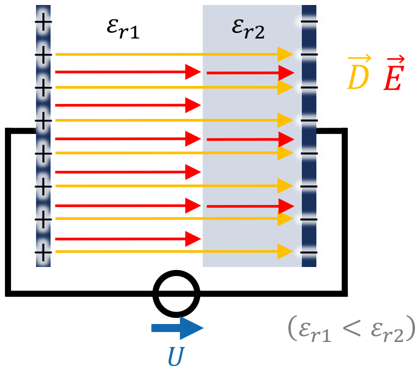
4



Das elektrische Feld $\vec{E}$ verteilt sich entsprechend der Materialgleichung

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$

5



Anhand der Ladung somit dem E-Feld baut sich eine Gewisse Spannung U auf.

$$U = \int_0^l \vec{E} d\vec{s} = \int_0^{l_1} \overrightarrow{E_1}\, d\vec{s} + \int_{l_1}^{l_2} \overrightarrow{E_2}\, d\vec{s}$$

$$\begin{matrix} \vec{E}\ const \\ d\vec{s}\ parallel \end{matrix} \Rightarrow \boxed{E_1 \cdot l_1 + E_2 \cdot (l_2 - l_1)}$$

Kapazität C

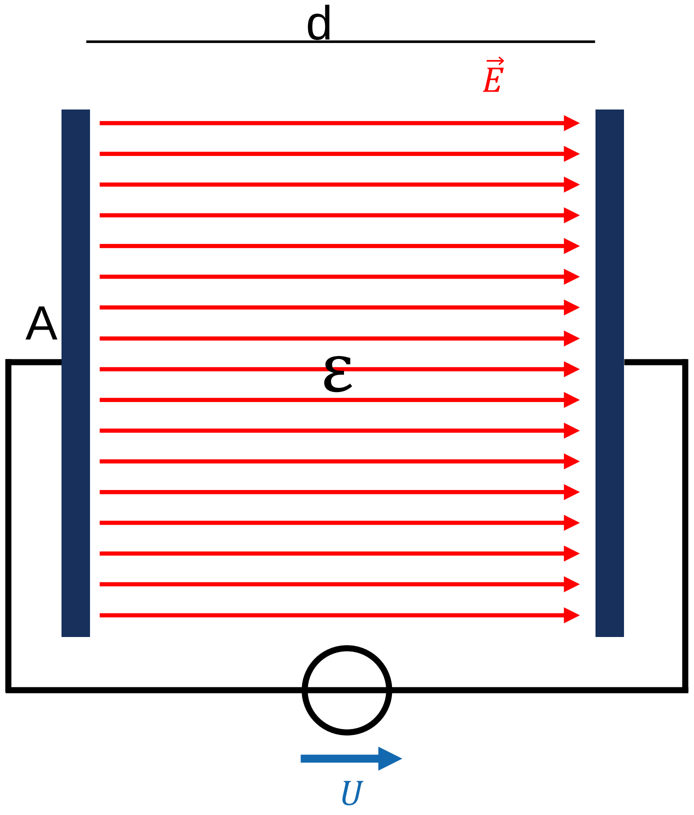
Wie viel Ladung Q sammelt sich auf den Platten an, wenn eine bestimmte Spannung U angelegt wird?

$$Q = C \cdot U \qquad \boxed{C := \frac{Q}{U}}$$

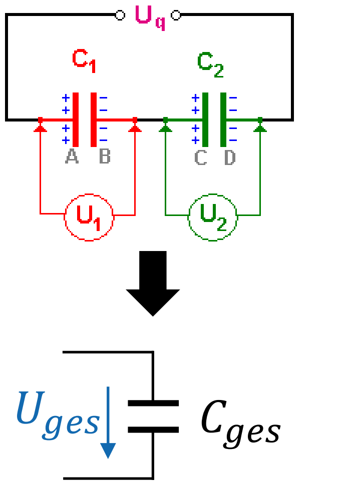
Für den Plattenkondensator gilt:

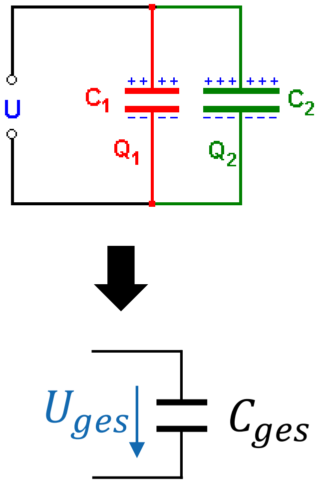
$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

$$U = \frac{Q}{\varepsilon A} \cdot d$$



Netzwerke und Energie





$$W = \frac{1}{2}\iiint_V \vec{D}\vec{E}\,dV = \frac{1}{2}\varepsilon\iiint_V \vec{E}^2\,dV \propto \vec{E}^2 \propto U^2$$

Mit der Definition der Kapazität vereinfacht sich dieser Term zu:

$$\boxed{C_{\text{tot}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$\boxed{C_{\text{tot}} = C_1 + C_2}$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2}$$

Gleiche Ladung auf allen Platten!!

Gleiche Spannung über allen Platten!!

Aufgaben

Spannungsberechnung

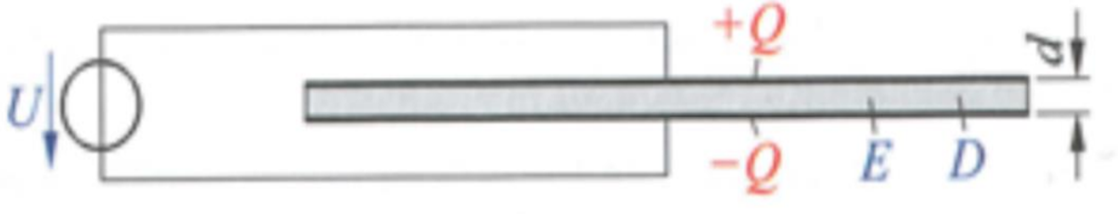
Ein Plattenkondensator mit der Plattenfläche A = 0.2 m^2 und dem Plattenabstand d = 1.5 mm ist mit einer Spannungsquelle verbunden, die die Spannung U = 500 V liefert. Das zwischen den Platten vorhandene Dielektrikum hat die Permittivitätszahl ε_r = 4.5

Gesucht sind

a) die im Dielektrikum vorhandene elektrische Feldstärke

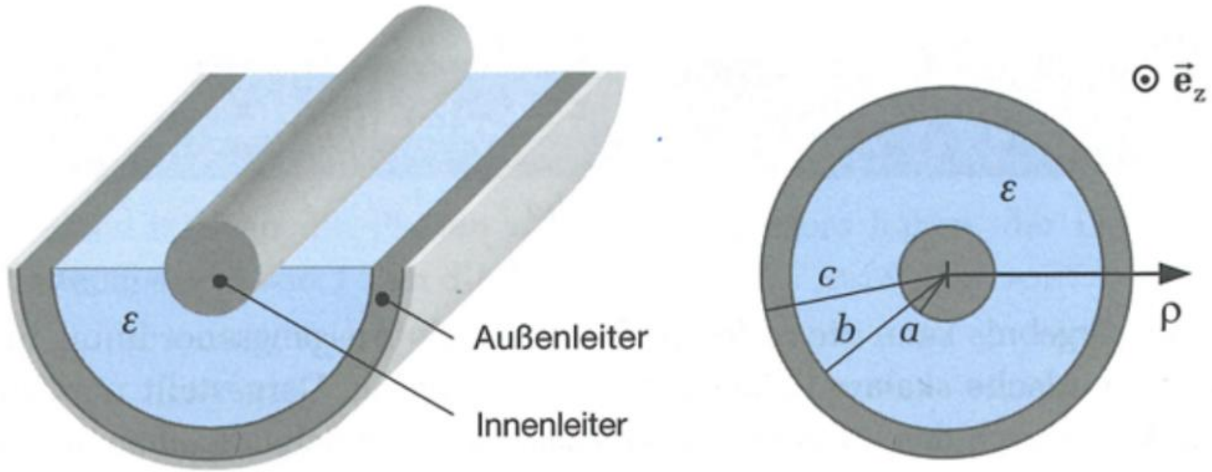
b) die im Dielektrikum vorhandene elektrische Flussdichte D,

e) die im Kondensator gespeicherte elektrische Ladung Q.



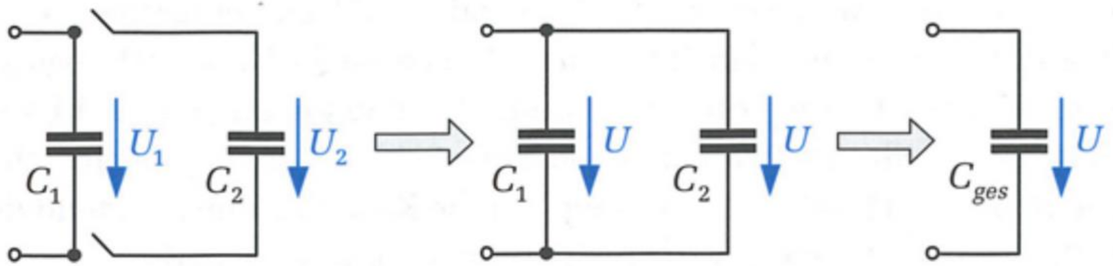
Kapazitätberechnung

Gegeben ist ein Koaxialkabel mit einem Innenleiter des Durchmessers $2a$ und einem üblicherweise aus metallischem Geflecht bestehenden Außenleiter, der den Innendurchmesser $2b$ und den Außendurchmesser $2c$ aufweist. In dem Zwischenraum befindet sich ein Material mit der Dielektrizitätskonstante ε. Die um den Außenleiter angebrachte Schutzisolierung spielt bei der folgenden Betrachtung keine Rolle. Zu bestimmen ist die Kapazität des Kabels pro Längeneinheit.



Kondensatoren

Zwei Kondensatoren C_1 und C_2 mit den unterschiedlichen Spannungen U_1 und U_2 sollen parallel geschaltet werden, d.h. die Anschlüsse mit dem jeweils höheren Potential und die Anschlüsse mit dem jeweils niedrigeren Potential werden leitend miteinander verbunden. Wie ändert sich die Gesamtenergie durch diese Maßnahme?



Spannungsberechnung

In einem Plattenkondensator nach Bild 3.3 sind $d_1 = 0{,}2$ mm und $d_2 = 0{,}3$ mm starke Isolierstoffschichten untergebracht. Ihre Permittivitätszahlen sind $\varepsilon_{r1} = 3{,}6$ und $\varepsilon_{r2} = 6{,}8$. Die Fläche einer Kondensatorplatte beträgt $A = 700\ \text{cm}^2$. Die obere Platte trage die positive Ladung $Q = 2{,}1 \cdot 10^{-6}$ As, die untere die dem Betrage nach gleich große negative Ladung $(-Q)$.

Gesucht sind

a) die in den Isolierstoffschichten vorhandenen elektrischen Flussdichten D_1 und D_2,

b) die zugehörigen elektrischen Feldstärken E_1 und E_2,

c) die an den Isolierstoffschichten liegenden Teilspannungen U_1 und U_2,

d) die am Kondensator liegende Gesamtspannung U.